

ARBEITSBERICHT

Institut für Waldökologie und Waldinventuren

Auswertungsalgorithmen für die zweite Bundeswaldinventur

von

Stefan Dahm



**Bundesforschungsanstalt
für Forst- und Holzwirtschaft**

Bundesforschungsanstalt für Forst- und Holzwirtschaft Hamburg
Alfred-Möller-Straße 1, 16225 Eberswalde

Tel: 03334 / 65 300

Fax: 03334 / 65 354

E-Mail: oekologie@holz.uni-hamburg.de

Internet: <http://www.bfafh.de>

Institut für Waldökologie und Waldinventuren

Auswertungsalgorithmen für die zweite Bundeswaldinventur

von

Stefan Dahm

Arbeitsbericht des Instituts für Waldökologie und Waldinventuren Nr. 2006 / 1

Eberswalde, März 2006

Vorwort

Die Auswertungsalgorithmen für die zweite Bundeswaldinventur wurden gleichzeitig mit dem Inventurverfahren bereits vor dem Beginn der Datenerhebung entwickelt. Sie wurden von der Gutachterkommission für Waldinventur im Jahre 1999 grundsätzlich bestätigt und in der hier vorliegenden Form im April 2001 fertig gestellt. Auf ihrer Grundlage wurde in den Jahren 2001 bis 2003 die Auswertungssoftware entwickelt. Von einer Veröffentlichung wurde damals abgesehen, um neue Erkenntnisse aus dem Fortgang der Arbeiten berücksichtigen zu können.

Die Auswertungsalgorithmen wurden während der Programmierung der Auswertungssoftware insbesondere in folgenden Punkten präzisiert und modifiziert:

- die Hochrechnung des Zuwachses (Kapitel 1.12),
- die Ausweisung der Altersklassen (Kapitel 1.4),
- die Reduktion der Stammzahl (Kapitel 1.52),
- die Behandlung der Traktecken ohne Probebäume im Hauptbestand (Kapitel 2.143),
- die Hochrechnung der Schadanteile in der Verjüngung (Kapitel 2.146 und 1.22) sowie
- die Berechnung der Wegelänge bei Grenztrakten (Kapitel 2.15).

Die bei der Auswertung schließlich verwendeten Algorithmen sind in „Die zweite Bundeswaldinventur – BWI². Inventur- und Auswertungsmethoden. Zu den Bundeswaldinventur-Erhebungen 2001 bis 2002 und 1986 bis 1988“ (BMELV, Bonn 2006) beschrieben. Im Gegensatz zu der hier vorliegenden Darstellung wurde dort auf die Herleitung der Algorithmen verzichtet.

Wegen personeller Fluktuation war es leider nicht mehr möglich, den von DAHM im April 2001 verfassten Bericht zu aktualisieren und die Schreibweise der Formeln in den beiden Ausarbeitungen anzugleichen.

Heino Polley

Eberswalde, März 2006

Inhalt:

0	Einleitung	4
1	Merkmalswerte an den Traktecken	6
1.1	Winkelzählprobe mit Zählfaktor 4	6
1.11	Baumhöhen	7
1.111	Höhe und BHD des Mittelstammes	7
1.112	Höhenschätzungen über Einheitshöhenkurven.....	9
1.113	Mittelhöhen	9
1.12	Vorrats- und Grundflächenzuwachs.....	10
1.13	Vorrat ausgeschiedener Bäume	10
1.2	Probekreise 1 m und 1,75 m.....	11
1.21	Hektarbezug	11
1.22	Schadanteile	11
1.3	Schätzungen aus den Probekreisen und der Winkelzählprobe.....	12
1.4	Zuordnung der Stichprobenbäume zu Altersklassen	12
1.5	Flächenschätzungen.....	12
1.51	Allgemeine Flächenmerkmale.....	12
1.52	Ideelle Flächenanteile der Baumarten.....	14
1.53	Mischungsanteile.....	15
1.531	Bäume über 4 m Höhe	15
1.532	Bäume bis 4 m Höhe	16
1.54	Flächenanteile der Bäume bis 7 cm BHD.....	16
1.6	Totholz	16
1.7	Waldrandlänge	17
2	Hochrechnung innerhalb eines Gebietes mit einheitlicher Stichprobendichte.....	19
2.1	Zustandsschätzungen	20
2.11	Mittelwerte im gesamten Auswertungsgebiet (Wald u. Nichtwald)	20
2.12	Gesamtwerte im Auswertungsgebiet	21
2.13	Ratio-Schätzer	21
2.14	Spezielle Schätzer.....	21
2.141	Waldflächen.....	21
2.142	Mittelwerte bezogen auf die Waldfläche	22
2.143	Ideelle Anteilflächen der Baumarten	22
2.144	Mittelwerte bezogen auf die ideellen Anteilflächen der Baumartengruppen.....	24
2.145	Mittelhöhen	24
2.146	Schadanteile bei den Bäumen bis 7 cm BHD	25
2.147	Vorratszuwachs.....	25
2.148	Nutzungsmenge.....	25

2.15	Wegeinventur	26
2.2	Veränderungen gegenüber der BWI I.....	28
2.21	Veränderungen eines Mittelwertes in Wald und Nichtwald.....	28
2.22	Veränderungen der Gesamtwerte	28
2.23	Veränderung eines Ratios	28
2.24	Spezielle Schätzer.....	29
2.241	Veränderung der Waldfläche	29
2.242	Veränderungen von Mittelwerten innerhalb der Waldfläche.....	29
2.243	Veränderung der ideellen Anteilflächen der Baumarten.....	30
2.244	Veränderungen von Mittelwerten auf ideellen Anteilflächen	30
3	Hochrechnung über Gebiete mit unterschiedlichen Stichprobendichten	31
3.1	Zustandsschätzungen	31
3.11	Mittelwerte in Wald und Nichtwald.....	31
3.12	Gesamtwerte.....	32
3.13	Ratio über mehrere Straten	32
3.14	Spezielle Schätzer.....	32
3.141	Mittelwerte über mehrere Straten bezogen auf ideelle Anteilflächen	32
3.2	Herleitung der Veränderungen.....	34
3.21	Veränderungen in Wald und Nichtwald.....	34
3.22	Veränderungen der Gesamtwerte	34
3.23	Veränderungen von Ratios.....	34
4	Anhang.....	36
4.1	Zuordnung der Baumarten zu den 13 Baumartengruppen.....	36
4.2	Gesamtflächen der Auswertungsgebiete.....	36
4.21	Schätzverfahren.....	36
5	Literatur	38

0 Einleitung

Die zweite Bundeswaldinventur (BWI II) ist mit dem Stichtag 01.10.2002 die erste Waldinventur auf Stichprobenbasis für das gesamte Gebiet des wiedervereinigten Deutschlands. Gleichzeitig bildet sie die Folgeinventur zur BWI I, die sich mit Stichtag 01.10.1987 auf das Gebiet der alten Bundesländer bezogen hat. Für diese sollen durch die BWI II daher neben dem Zustand auch die Veränderungen des Waldes mit Daten belegt werden. Nahezu die gesamte Stichprobe der BWI I wurde erneut erhoben, um diese Veränderungen möglichst genau zu schätzen. Allerdings hat sich das Stichprobenkonzept leicht verändert (Abb. 0-1). Bei der BWI I wurden qualitative Bestandesmerkmale entlang der Traktumfanglinie taxiert. Anstelle dessen konzentrierten sich die Aufnahmen bei der BWI II auf die Traktecken. Die Baumartenmischung der Bäume über 4 m Höhe wurde bei der BWI II an den Traktecken über Winkelzählproben mit dem Zählfaktor 1 erhoben. Mischungsanteile niedrigerer Bäume sind auf 10 m-Probekreisen ebenfalls an den Traktecken angesprochen worden. Auch das Auswahlverfahren für Probebäume, aus deren Daten dendrometrische Kennwerte hergeleitet wurden, ist verändert worden. Bei der Winkelzählprobe mit dem Zählfaktor 4 ist die Kluppierungsschwelle von 10 cm auf 7 cm Brusthöhdurchmesser vermindert worden. Der Radius des Probekreises, auf dem dünnere Bäume angesprochen wurden, ist von 4 m bzw. 2 m bei der BWI I auf 1,75 m reduziert worden. Der Probekreis mit 1 m Radius, auf dem Bäume bis 50 cm Höhe erfasst wurden, wurde bei beiden Inventuren verwendet. Bei der BWI II ist die Totholzinventur auf Kreisen mit 5 m Radius und die Erhebung von Waldrändern auf 25 m-Probekreisen erstmalig erfolgt. Wege wurden schließlich bei der BWI II nur in den neuen Bundesländern erhoben. Sie wurden über Schnittpunkte mit den Traktumfanglinien angesprochen.

Wegen dieser Veränderungen musste auch das Auswertungskonzept angepasst werden. Mit den überarbeiteten Algorithmen mussten zudem die Daten der BWI I nochmals hochgerechnet werden, um eine Vergleichbarkeit zu den Ergebnissen der Zweitinventur herzustellen.

Die folgende Beschreibung des Auswertungsverfahrens für beide Inventuren gliedert sich in drei Abschnitte. Das erste Kapitel beschreibt, wie aus den Erhebungsdaten die Trakteckewerte hergeleitet werden. Das zweite Kapitel beschäftigt sich mit der Hochrechnung der Trakteckewerte in einem Auswertungsgebiet, in dem eine einheitliche Stichprobendichte verwendet wurde (2 km x 2 km, 2,83 km x 2,83 km oder 4 km x 4 km Traktverbände). Die Herleitung von Kennwerten in Gebieten, in denen die Stichprobendichte systematisch wechselte, wird im dritten Kapitel behandelt.

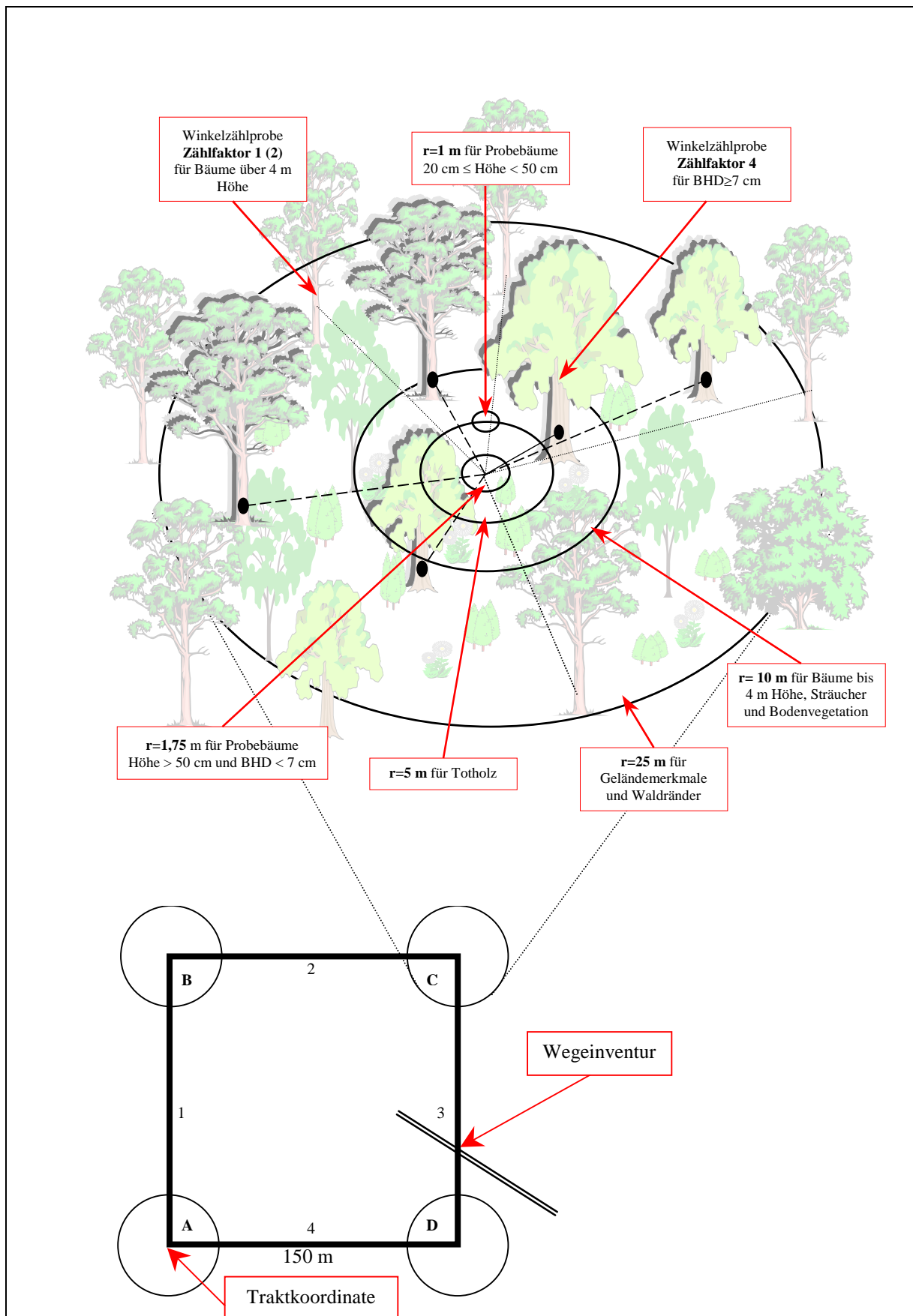


Abb. 0-1: Trakt und Erhebungsverfahren bei der BWI II

1 Merkmalswerte an den Traktecken

Bezeichnungen:

- i : Index für Trakte
- j : Index für Traktecken
- k : Index für Stichprobenobjekte (z. B. Bäume) an den Traktecken
- $g^{(ha)}$: Grundfläche/ha, die ein Probebaum repräsentiert
- $N^{(ha)}$: Stammzahl/ha
- b : ideeller Flächenanteil einer Baumart
- h : Baumhöhe
- h_j : Mittelhöhe an der Traktecke j
- g : Grundfläche eines Baumes
- z_j : Anzahl der ausgewählten Bäume an der Traktecke j
- sfl : geschätzte Standfläche eines Baumes
- $sVer$: Fläche/ha der Bäume bis 7 cm BHD
- p : Schadanteil an Bäumen bis 7 cm BHD
- t : Indikatorvariable, die den Wert 1 erhält, falls das Merkmal vorhanden ist, sonst $t = 0$
- F : Fläche einer Probefläche

1.1 Winkelzählprobe mit Zählfaktor 4

Bei der Datenaufnahme wurden Bäume an den Traktecken mit Hilfe von Winkelzählproben ausgewählt. Die Auswahl mit dem Zählfaktor $K = 4$ erfolgte unter den Bäumen mit mindestens 7 cm Brusthöhendurchmesser (BHD). Hier besteht ein Unterschied zur BWI I. Dort hat die Kluppierungsschwelle 10 cm betragen. Zur Herleitung dieses Stichprobenverfahrens s. *de Vries 1986, S. 223 f.* Da bei den Winkelzählproben nur Bäume innerhalb eines Bestandes ausgewählt und weiterhin an Traktecken im Nichtwald keine Winkelzählproben ausgeführt wurden, hatten Bäume am Bestandesrand eine kleinere Auswahlwahrscheinlichkeit als Bäume im Bestandesinneren. Um diesen Effekt auszugleichen, wurden die Bestandesränder in der näheren Umgebung einer Traktecke eingemessen. Bei der Auswertung ist nun zunächst der Grenzkreis eines jeden Stichprobenbaumes berechnet worden. Der Radius des Grenzkreises entspricht der maximalen Entfernung, aus der der Baum bei einer Winkelzählprobe noch ausgewählt wird. Den Mittelpunkt des Grenzkreises bildet der jeweilige Stichprobenbaum. Bei allen Visurpunkten außerhalb dieses Kreises gelangt der Baum nicht in die Stichprobe. Überlappt nun der Grenzkreis eines Baumes k an einer Traktecke j einen oder mehrere Bestandesränder, wurde der Zählfaktor K wie folgt erhöht

$$g_{jk}^{(ha)} = K \cdot \frac{\text{Fläche des Grenzkreises}}{\text{Fläche des Teilkreises im Bestand}}. \quad (1.1)$$

Auf diese Weise erhält jeder Baum ein individuelles Gewicht $g_{jk}^{(ha)}$ (*Hradetzky 1990*). Dieses Gewicht entspricht der Grundfläche je Hektar, die der Baum k repräsentiert. Hat der Baum die Grundfläche g_{jk} , so ist

$$\tilde{N}_{jk}^{(ba)} = \frac{g_{jk}^{(ba)}}{g_{jk}}$$

ein erwartungstreuer Schätzer für die Stammzahl je Hektar $N_{jk}^{(ba)}$.

Sind bei einer Winkelzählprobe insgesamt n_{jk} Bäume ausgewählt worden und hat jeder Baum eine Merkmalsausprägung x_{jk} (z. B. Vorrat oder Grundfläche des Baumes), so schätzt

$$x_j^{(ba)} = \sum_{k=1}^{\varkappa} \tilde{N}_{jk}^{(ba)} \cdot x_{jk} \quad (1.2)$$

den Hektarwert $x_j^{(ba)}$ des Merkmals aus der Winkelzählprobe an der Traktecke j .

1.11 Baumhöhen

Die Höhen von Bäumen, die durch Winkelzählproben mit dem Zählfaktor 4 ausgewählt wurden, sind über Einheitshöhenkurven geschätzt worden. In einschichtigen Reinbeständen benötigen die hier verwendeten Einheitshöhenkurven den BHD und die Höhe des arithmetischen Mittelstammes. Weiter muss auch der BHD des Baumes bekannt sein, dessen Höhe geschätzt werden soll. Da es sich in der Praxis oftmals um keine einschichtigen Reinbestände handelt, sind die drei Bestandsschichten Hauptbestand, Unter- und Oberstand unterschieden worden. Im Hauptbestand und im Oberstand wurde nach den sieben Baumartengruppen Fichte, Tanne, Douglasie, Kiefer, Lärche, Buche und Eiche differenziert, wobei ALh und ALn der Buche zu gewiesen wurden. Im Unterstand erfolgten die Höhenschätzungen getrennt nach Laub- und Nadelbäumen. In jedem dieser Teilkollektive wurde mindestens eine Höhe gemessen. In der Hauptbaumartengruppe des Hauptbestandes waren zwei Höhenmessungen gefordert. Die Höhen sind an Bäumen gemessen worden, deren Wipfel gut einsehbar war. Bei der BWI I brauchte das Verfahren nicht angewendet zu werden, da dort alle Baumhöhen gemessen wurden.

1.111 Höhe und BHD des Mittelstammes

Damit die übrigen Höhen in einer Baumartengruppe und Schicht an einer Traktecke mit den Einheitshöhenkurven geschätzt werden können, mussten der BHD d_m und die Höhe h_m des arithmetischen Mittelstammes aus den Daten der Stichprobenbäume ermittelt werden. Der d_m ergibt sich aus dem arithmetischen Mittel der BHD der Stichprobenbäume im Teilkollektiv

$$d_m = \frac{1}{\varkappa} \sum_{i=1}^{\varkappa} d_i,$$

\varkappa : Anzahl der Stichprobenbäume im Teilkollektiv an der Traktecke,

d_i : BHD des Baumes i .

Die Höhe h_m wurde mit einem Iterationsverfahren so bestimmt, dass die entsprechende Einheitshöhenkurve möglichst genau durch die gemessenen Höhen verläuft. Die Idee für dieses Verfahren beruht auf *HRADETZKY 1999*. Die Eingangsgrößen für die Iteration sind Baumartengruppe, d_m und der BHD d_s sowie die Höhe h_s des Baumes, dessen Höhe gemessen wurde. Liegen an \varkappa_m Bäumen Höhenmessungen in einem Teilkollektiv vor, so ergibt sich d_s aus

$$d_s = \sqrt{\frac{4}{g} \frac{h_s}{\pi}},$$

wobei

$$\bar{g} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{z_m} g_i}$$

das arithmetische Mittel der Grundflächen der Probebäume ist, an denen die Höhe gemessen wurde (Grundflächenmittelstamm). Die mittlere Höhe h_s ergibt sich ebenfalls aus dem mit den Grundflächen gewogenen Mittel (Lorey'sche Höhe)

$$h_s = \frac{\sum_{i=1}^{z_m} h_i \cdot g_i}{\sum_{i=1}^{z_m} g_i}.$$

Die Höhe h_m über den BHD d_m soll nun so bestimmt werden, dass die Einheitshöhenkurve $Ehk(\text{Baumartengruppe}, d_m, h_m, d_s)$ möglichst genau durch die Höhe über dem BHD d_s verläuft. Es wird also die Höhe h_m gesucht für die gilt

!

$$f(h_m) = Ehk(\text{Baumartengruppe}, d_m, h_m, d_s) - h_s = 0.$$

Eine Nullstelle für die Funktion $f(h_m)$ kann iterativ mit der Regula falsi (WERNER 1975) bestimmt werden. Als Startwerte werden zwei Höhen bestimmt, zwischen denen h_m mit ziemlicher Sicherheit liegt, nämlich

$$h_0 = 0,5 \cdot h_s \text{ und } h_1 = 1,2 \cdot h_s.$$

Für die Iterationsschritte $i = 1, \dots, n$ ergibt sich h_{i+1} aus

$$h_{i+1} = h_i + \frac{h_{i-1} + h_i}{f(h_{i-1}) - f(h_i)} \cdot f(h_i).$$

Die Iteration wurde abgebrochen, wenn h_i und h_s weniger als 1 mm differieren.

1.112 Höhenschätzungen über Einheitshöhenkurven

Die Höhenschätzungen für die Einzelbäume erfolgten mit den Einheitshöhenkurven, die von SLOBODA U. A. 1993 entwickelt wurden. Hierbei wird die Höhe h_i eines Baumes i über eine Gleichung der Form

$$\tilde{h}_i = 1.3 + (h_m - 1.3) \cdot \exp\left(k_0 \left(1 - \frac{d_m}{d_i}\right)\right) \cdot \exp\left(k_1 \left(\frac{1}{d_m} - \frac{1}{d_i}\right)\right)$$

geschätzt. Die Maßeinheit für die Höhen ist Meter, und die BHD werden in Zentimetern angegeben. Die Koeffizienten k_0 und k_1 sind von den Baumartengruppen abhängig (Tab. 1.1-1). Sie wurden aus den Daten der ersten Bundeswaldinventur geschätzt.

Baumartengruppe	k_0	k_1
Fichte	0,183	5,688
Tanne	0,079	3,992
Douglasie	0,240	6,033
Kiefer	0,290	1,607
Lärche	0,074	3,692
Buche	0,032	6,040
Eiche	0,102	3,387
Alh	0,122	5,040
Aln	0,032	4,240

Tabelle 1.1-1: Koeffizienten für die Einheitshöhenkurvengleichungen (DAHM 2000)

1.113 Mittelhöhen

Die Mittelhöhe konnte nur über die Bäume ab 7 cm BHD geschätzt werden, da an schwächeren Bäumen keine Höhen ermittelt wurden. Die Mittelhöhe \bar{h}_j an einer Traktecke j wurde durch das Verhältnis

$$\bar{h}_j = \frac{\sum_{k=1}^{x_j} g_{jk}^{(ha)} \cdot h_{jk}}{\sum_{k=1}^{x_j} g_{jk}^{(ha)}} \quad (1.3)$$

geschätzt (DE VRIES 1986, S. 228, GLEICHUNG 14). Hier symbolisiert h_{jk} die Höhe, die für den k -ten Baum an der Traktecke hergeleitet wurde. Falls die Grenzkreise der Probebäume keinen Bestandesrand schneiden, sind alle Gewichte $g_{jk}^{(ha)}$ identisch (s. Gleichung 1.3). In diesem Fall ist die Mittelhöhe (1.3) das arithmetische Mittel der Probebaumhöhen. Der Wert \bar{h}_j wurde als Merkmal der Traktecken betrachtet. Traktecken, an denen keine Baumhöhen vorliegen, wurden bei der Auswertung nicht berücksichtigt.

1.12 Vorrats- und Grundflächenzuwachs

Auf dem Gebiet der alten Bundesländer wurde der Vorrats und der Grundflächenzuwachs gegenüber der Erstinventur ermittelt. Der Zuwachs wurde aus folgenden Probestämmen ermittelt:

- Bäume, die bei der BWI I und bei der BWI II in die Stichprobe gelangt sind (Überlebende Probestämme).
- Stichprobenbäume der BWI I, die zwischenzeitlich ausgeschieden sind. Als Ausscheidungszeitpunkt wurde pauschal die Hälfte des Inventurintervalls festgesetzt.
- Bäume, die erst bei der BWI II in die Stichprobe eingewachsen sind (Einwuchs).
- Bäume, die erst bei der BWI II die Kluppierungsschwelle überschritten haben (Nachwuchs).
- Bäume, die aufgrund von Grenzveränderungen (Veränderungen der Bestandesgrenzen) erstmals bei der BWI II erhoben wurden.
- Bäume, die bei der BWI I irrtümlich nicht erhoben wurden.

Bei der Zuwachsermittlung wurden folgende Probestämme **nicht** berücksichtigt

- Bäume, die in der Inventurperiode eingewachsen sind und zwischenzeitlich wieder entnommen wurden (Geisterbäume).
- Bäume, die aufgrund von Grenzveränderungen nur in die Stichprobe der BWI I gelangt sind

Zur Hochrechnung dieses Zuwachses wurde für den einzelnen Probestamm die Differenz z_{Ba} aus dem Vorrat bei der BWI II $v_{Ba,II}$ und dem Vorrat bei der BWI I $v_{Ba,I}$ gebildet

$$z_{Ba} = v_{Ba,II} - v_{Ba,I}.$$

Der Vorratszuwachs z_{Ba} wurde nun als Merkmal des Probestammes betrachtet, aus dem mit (1.2) ein Hektarwert geschätzt wurde. Äquivalent wurde auch der Grundflächenzuwachs als Einzelbaummerkmal betrachtet. Der Hektarbezug wurde über die Gewichte $g_{jk}^{(ba)}$ aus der BWI II hergestellt, womit das Endwertverfahren angewendet wird (*HRADETZKY U. POKORNY 1996*). Für Bäume, die nur in die Stichprobe der BWI II gelangt sind, wurden die Eingangsgrößen zur Vorratsberechnung geschätzt. Insbesondere BHD und Höhe sind per Regression geschätzt worden.

1.13 Vorrat ausgeschiedener Bäume

Der Vorrat genutzter oder auf natürliche Weise ausgeschiedener Bäume wurde ausschließlich im Gebiet der alten Bundesländer ermittelt, da die BWI I auf dieses Gebiet beschränkt war. Hierbei konnte sich nur auf Bäume mit einem BHD ≥ 10 cm bezogen werden, weil die schwächeren Bäume bei der BWI I auf Probekreisen erhoben wurden. Auf den Probekreisen dieser schwächeren Probestämme wurde jedoch keine Ortskoordinaten erhoben, so dass ihr Verbleib nicht geklärt werden konnte. Der Ausscheidungszeitpunkt ist bei den über Winkelzählproben ausgewählten Bäumen nicht bekannt. Deshalb wurde dieser Zeitpunkt pauschal auf die Hälfte des Inventurintervalls gesetzt. Für Probestämme, die bei der Wiederholungsinventur nicht mehr vorgefunden wurden, sind die Eingangsgrößen zur Vorratsberechnung bezogen auf den Ausscheidungszeitpunkt geschätzt worden. BHD und Höhe zum Zeitpunkt des Ausscheidens wurden für diese Bäume über Regressionsgleichungen hergeleitet. Diese Regressionen stützen sich auf die Daten von Bäumen, die bei beiden Inventuren erhoben wurden. Die so geschätzten Einzelbaumvorräte wurden mit Gleichung (1.2) zu Hektarwerten hochgerechnet. Es wurden die Gewichte $g_{jk}^{(ba)}$ aus der BWI I verwendet.

1.2 Probekreise 1 m und 1,75 m

Bei der BWI II sind an den Traktecken Probekreise mit den Radien 1 m und 1,75 m eingemessen worden, auf denen die Bäume unter 7 cm Brusthöhendurchmesser (BHD) aufgenommen wurden (Tab. 1.2-1).

Datenaufnahme für Bäume unter 7 cm BHD bei der zweiten BWI		
	Probekreis 1 m	Probekreis 1,75 m
Mittelpunkt	5 m von der Traktecke entfernt	Traktecke
Auswahlkriterien	$20 \text{ cm} \leq \text{Baumhöhe} < 50 \text{ cm}$	$50 \text{ cm} \leq \text{Baumhöhe}$ und $\text{BHD} < 7 \text{ cm}$

Tab. 1.2-1: Angaben zu den Probekreisen 1 m und 1,75 m, die bei der BWI II verwendet wurden

Im Vergleich hierzu wurden bei der BWI I die dünneren Bäume über drei Probekreise erhoben, deren Mittelpunkte jeweils die Traktecke bildete (Tab. 1.2-2).

Datenaufnahme für Bäume unter 10 cm BHD bei der BWI I	
Probekreisradius	Auswahlkriterien
1 m	$20 \text{ cm} \leq \text{Baumhöhe} < 50 \text{ cm}$
2 m	$50 \text{ cm} \leq \text{Baumhöhe} < 130 \text{ cm}$
4 m	$\text{Baumhöhe} \geq 130 \text{ cm}$ und $\text{BHD} < 10 \text{ cm}$

Tab. 1.2-2: Angaben zu den Probekreisen, die bei der BWI I zur Verjüngungsinventur verwendet wurden

Die Erhebungsmerkmale an den Bäumen waren bei beiden Inventuren neben Baumart und Baumgröße, durch Wild verursachte Schäden sowie Schutzmaßnahmen gegen Wildschäden.

1.21 Hektarbezug

Bei der Auswertung werden die Merkmale eines Baumes k mit der seiner Probefläche entsprechenden Stammzahl je Hektar $\tilde{N}_k^{(ha)}$ multipliziert. Es gilt

$$\tilde{N}_k^{(ha)} = \frac{10000}{F_j}, \quad (1.4)$$

wobei F_j die Probefläche in m^2 bezeichnet. Da der kleinere Probekreis bei der BWI II immer so lange verschoben wurde, bis er ganz im Bestandesinneren liegt, repräsentiert jeder Baum auf diesem Probekreis $\tilde{N}_{1m}^{(ha)} = \frac{10000}{\pi \cdot 1^2} = 3183,1$ Bäume je Hektar. Der größere Probekreis wie auch die

Probekreise bei der BWI I wurden nicht verschoben. Deshalb konnten hier Bestandesgrenzen die Kreise schneiden. Erhebungen haben nur auf den Teilkreisen im Bestandesinneren stattgefunden. Entsprechend dienen dann nur die Teilkreise im Bestand als Probeflächen, die von Traktecke zu Traktecke variieren können. Die ungleichen Auswahlwahrscheinlichkeiten von Bäumen an Bestandesrändern wurden bei den Probekreisen nicht berücksichtigt.

1.22 Schadanteile

Bei Wildschäden an Bäumen mit einem BHD $< 7 \text{ cm}$ interessiert weniger die absolute Anzahl der geschädigten Pflanzen als der Anteil der Schädigungen. Aus diesem Grund wurde zunächst für

jeden Probebaum, der auf einem Probekreis erhoben wurde, die Stammzahl/ha $\tilde{N}_k^{(ba)}$ mit (1.4) geschätzt. Bezeichne $\tilde{N}_{s_j}^{(ba)}$ die Stammzahl/ha, die aus allen geschädigten Bäumen an der Traktecke j ermittelt wurde:

$$\tilde{N}_{s_j}^{(ba)} = \sum_{k=1}^{s_j} \tilde{N}_k^{(ba)},$$

s_j : Anzahl der geschädigten Bäume auf den Probekreisen an der Traktecke j .

Weiter sei

$$\tilde{N}_j^{(ba)} = \sum_{k=1}^{z_j} \tilde{N}_k^{(ba)},$$

die Stammzahl/ha, die aus allen z_j Bäumen auf den Probekreisen geschätzt wurde¹. Dann schätzt das Verhältnis

$$p_j = \frac{\tilde{N}_{s_j}^{(ba)}}{\tilde{N}_j^{(ba)}}$$

den Anteil der geschädigten Bäume an der Traktecke j , sofern Verjüngung an der Traktecke erhoben wurde. Wenn an einer Traktecke auf den Probekreisen keine Bäume ausgewählt wurden, wurde $p_j = 0$ gesetzt. Das Verhältnis p_j wurde als Merkmal der Traktecke betrachtet, welches in den weiteren Auswertungsschritten hochgerechnet wurde (s. hierzu auch Kap. 1.54).

1.3 Schätzungen aus den Probekreisen und der Winkelzählprobe

Merkmalswerte, die aus der Winkelzählprobe und den Probekreisen hergeleitet wurden, ergeben sich aus der Summe der Hektarschätzungen. So wurden z. B. die Stammzahlen je Hektar im ersten Schritt aus den Beobachtungen auf den Probekreisen und der Winkelzählprobe getrennt geschätzt. Der Merkmalswert, der auf die Traktecke bezogen wurde, ist dann die Summe der Schätzungen.

1.4 Zuordnung der Stichprobenbäume zu Altersklassen

Bei der Auswertung nach Altersklassen ist den Stichprobenbäumen das Alter des Bestandes zu gewiesen worden, in den die jeweilige Traktecke gefallen ist. Dies gilt für die über Winkelzählproben wie auch für die über Probekreise ausgewählten Bäume. Aus diesem Grund war im Plenterwald keine Auswertung nach Altersklassen möglich.

1.5 Flächenschätzungen

1.51 Allgemeine Flächenmerkmale

Bei der BWI sollten die Waldfläche und die Flächen von Untergliederungen des Waldes geschätzt werden. So sollte beispielsweise die Fläche einer Eigentumsart oder einer Betriebsart hergeleitet werden. Hierzu wurden allen Traktecken (Wald und Nichtwald) zunächst raumbezogene Merkmale wie Land, Kreis und Gemeinde sowie Forstamt, Wuchsgebiet und Wuchsbezirk zu gewiesen. Für alle Waldtrakte wurde die Höhe über NN und das Vorkommen von Schalenwild ermittelt. Für jede Traktecke wurde weiter geklärt, ob sie im Wald liegt. Für Traktecken im Wald wurden weiter Eigentumsart, Eigentumsgrößenklasse, Betriebsart, Nutzungseinschränkungen, Zaunschutz, natürliche Höhenstufe und Alter des sie umgebenden Bestandes erhoben. An einer

¹ Bei manchen Auswertungen werden nur Teilkollektive betrachtet. So wird beispielsweise der mittlere Verbissanteil nur über Bäume bis 1,30 m Höhe geschätzt.

Traktecke wurde die Baumart als dominierend betrachtet, die den größten Mischungsanteil in der Hauptbestockung besitzt (s. Kap. 1.53). Entsprechend sind die anderen Baumarten die beigemischten Baumarten. Im Zuge der Vorklärung wurde für jede Traktecke die natürliche Waldgesellschaft bestimmt. Für jede natürliche Waldgesellschaft sind die dort vorkommenden Baumarten definiert. Diese wurden mit der tatsächlichen Baumartenmischung in der Hauptbestockung verglichen. Aufgrund dieses Vergleichs wurde jede Traktecke einer Naturnähe-Kategorie zu gewiesen. Weiter wurden die überwiegende Geländeform und das Vorkommen besonders geschützter Biotope an der Traktecke bestimmt. Strauchschicht und Bodenvegetation wurden auf den 10 m-Probekreisen um die Traktecken bezüglich ihrer Arten und Häufigkeitskategorien angesprochen. Ebenso wurden forstlich bedeutsame Pflanzen über Art und Deckungsgradkategorie auf diesem 10 m-Probekreisen erhoben. Besondere Bestandesgefährdungen wurden für jede Waldecke in 9 Kategorien eingestuft.

Bei der Auswertung wurde angenommen, dass für jedes dieser Merkmale eine Ja/Nein-Entscheidung vorliegt. Diese Entscheidung bestimmte den Wert einer Indikatorvariablen t_{ij} , die der entsprechenden Traktecke zugeordnet ist:

$$t_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Bestand besitzt Merkmal} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Sind n Punkte in einem Auswertungsgebiet zufällig ausgewählt worden, so kann der Flächenanteil von Beständen mit dem entsprechenden Merkmal über die Indikatorvariable t_{ij} geschätzt werden. Der Erwartungswert Et_{ij} der Indikatorvariablen ist der tatsächliche Flächenanteil, den Bestände mit dem Auswertungsmerkmal besitzen (DE VRIES 1987, S. 207).

Bei der BWI I wurden flächenrelevante Merkmale im Rahmen der Linientaxation entlang der Traktumfangslinie angesprochen. Die Bestände wurden hierbei ungefähr in der Breite von einer Baumlänge rechts und links der Taxationslinie beurteilt. Die Traktumfangslinie wurde je nach dem Wechsel der Bestände in Linienabschnitte eingeteilt. Bei der erneuten Hochrechnung wurde der Wert der Indikatorvariablen t_{ij} durch die Beschreibung des Linienabschnittes bestimmt, den die Traktecke j umgibt.

1.52 Ideelle Flächenanteile der Baumarten

Wie schon bei der Auswertung der BWI I wurde der an den Traktecken beobachtete Hauptbestand in ideelle Reinbestände aufgeteilt. Hierzu wurde für einen Baum k des Hauptbestandes, der

Baumartengruppe	α	β	Höchststammzahl
Fichte	2,85	195	3500
Tanne	2,85	200	3500
Douglasie	5,00	200	2000
Kiefer	1,00	300	10000
Europäische Lärche	5,00	285	2000
Japanische Lärche	5,00	260	2000
Buche	1,33	300	7500
Eiche	1,11	395	9000
Roteiche	2,50	350	4000
Esche	2,50	330	4000
Erle	2,50	435	4000
Birke	2,50	525	4000
Pappel	23,00	320	430

Tab. 1.5-1: Die Konstanten α und β der Standflächenformel (1.5) sowie die entsprechenden Höchststammzahlen für die 13 Baumartengruppen

durch einen Probekreis bzw. durch die Winkelzählprobe (Zählfaktor 4) an einer Traktecke j ausgewählt wurde, eine Standfläche sfl_{jk} geschätzt. Diese Standfläche entspricht etwa der Kronenquerschnittsfläche. Diese baumindividuelle Größe wurde im Zuge der Auswertung über Gleichungen der Form

$$sfl_{jk} = \alpha + \beta \cdot g_{jk} \quad (1.5).$$

ermittelt. Hierbei steht g_{jk} für die Grundfläche des Baumes k in m^2 . Die Konstanten α und β wurden für 13 Baumartengruppen von der Forstlichen Versuchs- und Forschungsanstalt Baden-Württemberg bestimmt (Tab. 1.5-1). α orientiert sich an den Ausgangsstandflächen bei Kunstverjüngungen. Die Zuordnung der Baumarten zu den 13 Baumartengruppen findet sich im Anhang 5.2. Die Standfläche sfl_{jk} wurde nun wie die anderen Merkmale des Baumes behandelt.

Das heißt, die Standfläche je Hektar wurde über die Stammzahl/ha $\tilde{N}_{jk}^{(ha)}$ ermittelt, die der Baum repräsentiert (s. Gleichung 1.2 bzw. Gleichung 1.4):

$$sfl_{jk}^{(ha)} = \frac{sfl_{jk} \cdot \tilde{N}_{jk}^{(ha)}}{10\,000} \quad (1.6).$$

Die aus den Erhebungen an einer Traktecke geschätzte Standfläche/ha einer Baumart Ba ergibt sich nun aus

$$sfl_{Ba,j}^{(ha)} = \sum_{k=1}^{z_{Ba}} sfl_{jk}^{(ha)}. \quad (1.7)$$

Hierbei bezeichnet z_{Ba} die Anzahl der Probebäume, die an der Traktecke der Baumart Ba angehören.

In Naturverjüngungen können jedoch Stammzahlen auftreten, die mit der Vorstellung einer Ausgangsstandfläche nicht vereinbar sind. Die jungen Pflanzen können wesentlich dichter stehen, als das bei einer künstlichen Pflanzung der Fall wäre. Erst durch Pflegeeingriffe bzw. durch natürliche Verdrängungsprozesse bilden sich die Standflächen der Bäume aus. Um dieser Situation gerecht zu werden, sind in der ersten Altersklasse Obergrenzen für die Stammzahl je Hektar für die 13 Baumartengruppen eingeführt worden (Tab. 1.5-1). Die Höchststammzahlen sind so festgelegt, dass die Standflächen der einzelnen Baumartengruppen maximal 1 Hektar betragen. Überschreitet an einer Traktecke die geschätzte Stammzahl/ha bei einer Baumartengruppe Ba diesen Wert, so wurde für die Standflächenschätzung die Höchststammzahl anstelle des Schätzwertes gesetzt. Dies bedeutet, dass zunächst ein Reduktionsfaktor $Red_{Ba,j}$ für die Traktecke berechnet wurde

$$Red_{Ba,j} = \frac{H\ddot{o}chststammzahl_{Ba}}{\sum_{k=1}^{\tilde{N}_{jk}^{(ha)}} \tilde{N}_{jk}^{(ha)}}.$$

Mit diesem Reduktionsfaktor ergaben sich die verkleinerten $\tilde{N}_{jk}^{(ha)}$ der einzelnen Probebäume an der Traktecke

$$\tilde{N}_{jk}^{(ha)} = Red_{Ba,j} \cdot \tilde{N}_{jk}^{(ha)}.$$

Die Standflächen/ha, die die Einzelbäume repräsentieren, wurden dann mit den reduzierten Stammzahlen $\tilde{N}_{jk}^{(ha)}$ geschätzt.

Auf diese Weise entstanden für alle Baumarten, die an einer Traktecke j vertreten sind, Schätzungen $sf_{Ba,j}^{(ha)}$ für die Standfläche je Hektar. Der Standflächenanteil $b_{Ba,j}$ der Baumart Ba an der Traktecke j beträgt

$$b_{Ba,j} = \frac{sf_{Ba,j}^{(ha)}}{\sum_p sf_{p,j}^{(ha)}}. \quad (1.8)$$

Der Index p läuft über alle Baumarten, die im Hauptbestand der Traktecke unterschieden wurden.

Bemerkung:

Wenn sich die geschätzten Standflächen/ha aller Probebäume an einer Traktecke genau zu einem Hektar summieren, entsprechen sich die Standflächenanteile und die geschätzten Standflächen/ha. Die Standflächenanteile sind daher als Korrekturen zu verstehen, die verwendet werden, wenn die geschätzten Standflächen nicht mit den tatsächlichen Standflächen der Bäume übereinstimmen.

1.53 Mischungsanteile

Die Mischungsanteile im Hauptbestand und in der Restbestockung wurden getrennt voneinander erhoben.

1.531 Bäume über 4 m Höhe

Bäume, deren Höhe mehr als 4 m Höhe betragen hat, sind bei der BWI II an den Traktecken durch Winkelzählproben mit dem Zährefaktor 1 bzw. bei hohen Grundflächen/ha mit dem Zährefaktor 2 erhoben worden. Hierbei wurden Bestandesränder nicht berücksichtigt. Falls ein Waldrand in der Nähe einer Traktecke verlaufen ist, wurde die Traktecke an dem Waldrand gespiegelt. An dem gespiegelten Punkt wurde erneut ein Winkelzählprobe durchgeführt. Die ausgewählten Bäume wurden gezählt und bezüglich ihrer Baumart und Bestandesschicht angesprochen. Für

eine Traktecke j liegt durch die Anzahl der ausgewählten Bäume ein Schätzer $g_{Ba,j}^{(ha)}$ für die Grundfläche/ha einer Baumart Ba in der Haupt- oder Restbestockung vor. Bezeichnet $g_j^{(ha)}$ die Grundfläche/ha aller Stichprobenbäume an der Traktecke in der entsprechenden Bestandesschicht, so ist

$$x_{Ba,j} = \frac{g_{Ba,j}^{(ha)}}{g_j^{(ha)}}$$

ein Schätzer für den Grundflächenanteil der Baumart.

1.532 Bäume bis 4 m Höhe

Bei der BWI II wurden Bäume bis 4 m Höhe auf Probekreisen mit 10 m Radius um die Traktecken erhoben. Es wurde der Deckungsgrad aller Baumarten sowie die Überschirmungsanteile der einzelnen Baumarten in Zehnprozentstufen angesprochen. Auch bei der Einrichtung dieser Probekreise wurden Bestandesgrenzen ignoriert. Die geringere Auswahlwahrscheinlichkeit von Probebäumen am Waldrand wurde nicht beachtet. Der Überschirmungsanteil $p_{Ba,j}$ der Baumart Ba an der Traktecke j wurde durch das Produkt von dem Deckungsgrad $Deck_{pr,j}$ und dem Anteil $Anteil_{Ba,j}$ geschätzt:

$$p_{Ba,j} = Deck_{pr,j} \cdot Anteil_{Ba,j}$$

1.54 Flächenanteile der Bäume bis 7 cm BHD

Die Fläche dieser Bäume wurde benötigt, um den Flächenbezug für die Schäden an den jungen Bäumen herzustellen. Diese Fläche kann über einfache Ja/Nein-Entscheidungen nicht unverzerrt geschätzt werden, da die Probekreisgrößen je nach Baumgröße und Bestandesrandverlauf variieren. Auch die Überschirmung der Probekreise durch diese Probebäume ist unklar. Aus diesen Gründen wurde die Fläche über die Standfläche/ha geschätzt (s. Kap. 1.52).

An einer Traktecke j wird für einen Probebaum k , der auf einem Probekreis erhoben wurde, die Standfläche sfl_{jk} über eine Standflächengleichung geschätzt (s. Gleichung 1.5). Diese baumindividuelle Standfläche wurde nun mit (1.6) zu einem Hektarwert hochgerechnet. Die gesamte Standfläche/ha $sfl_j^{(ha)}$, die aus den Probebäumen bis 7 cm BHD einer Baumart an einer Traktecke geschätzt wurde, ergibt sich aus (1.7). Allerdings darf $sfl_j^{(ha)}$ über alle Baumarten 1 ha nicht überschreiten. Da dieser Fall aber insbesondere bei Naturverjüngungen eintreten kann, wurde dann anstelle der absoluten Standflächen mit den Standflächenanteilen gearbeitet. Die Standflächenanteile $b_{Ba,j}$ wurden gemäß (1.8) hergeleitet, wobei natürlich nur die Bäume auf den Probekreisen berücksichtigt worden sind. Insgesamt wird nun die Fläche/ha $sVer_j$ aus den Daten einer Traktecke durch

$$sVer_{Ba,j} = \begin{cases} \sum_{j=1}^{z_j} sfl_{Ba,jk}^{(ha)} & \text{falls, die Standflächen alle Baumarten } < 1 \text{ ha} \\ b_{Ba,j} & \text{sonst} \end{cases}$$

geschätzt

1.6 Totholz

Das Totholz wurde bei der BWI II auf Probeflächen angesprochen, deren Mittelpunkte die Traktecken bildeten. In der Regel wurde hierzu ein Probekreis mit 5 m Radius verwendet. Wurde dieser Probekreis allerdings von einem Bestandesrand geschnitten, ist das Totholz nur auf dem Teilkreis in dem Bestand inventarisiert worden, in dem auch die Traktecke lag. Also mußten auch

hier individuelle Probekreisflächen verwendet werden, um den Hektarbezug herzustellen. Die ungleiche Auswahlwahrscheinlichkeit von Probeflächen am Bestandesrand ist nicht berücksichtigt worden. Es wurden nur Stücke mit mindestens 20 cm Durchmesser am dickeren Ende und wenn dieses im Probekreis lag (bzw. mindestens 20 cm BHD bei stehendem Totholz) sowie Stöcke mit mindestens 50 cm Höhe oder 60 cm Schnittflächendurchmesser aufgenommen. Bei der BWI I wurde nur stehendes Totholz erhoben, soweit die abgestorbenen Bäume durch die Winkelzählprobe ausgewählt wurden.

Zur Kubierung wurde bei liegendem Totholz neben dem Mittendurchmesser auch die Länge gemessen. Das Volumen wurde nun über den so bestimmten Zylinder geschätzt. Das Volumen von stehendem Totholz wurde über die Eingangsgrößen BHD und Höhe durch das BWI-Unterprogramm BDAT (KUBLIN U. SCHARNAGL 1987) ermittelt. Bei Bruchstücken wurde zunächst eine Baumhöhe in Abhängigkeit des BHD modelliert. Dann wurde das Volumen für die gemessene Länge des Bruchstückes mit BDAT geschätzt.

Das Volumen von Wurzelstöcken wurde aus ihrer Höhe und dem Schnittflächendurchmesser nach der Volumenformel für einen Zylinder geschätzt. Dafür wurde der größte auf der Schnittfläche auftretende Durchmesser (einschließlich Wurzelanläufen) gemessen. Mit diesem „Übermaß“ beim Durchmesser soll die Unterschätzung des Volumens infolge der Abweichung von der Form des Zylinders ausgeglichen werden.

Wenn nun insgesamt der Totholzvorrat x_j auf einer Probefläche von der Größe F_j ermittelt wurde, so schätzt

$$x_j^{(ha)} = \frac{x_j}{F_j}$$

den Totholzvorrat/ha. Der Wert $x_j^{(ha)}$ wurde dann als Merkmalswert der Traktecke betrachtet.

1.7 Waldrandlänge

Bei der BWI II wurden die Waldränder erhoben, die in einer Entfernung von bis zu 25 m zu den Traktecken verlaufen sind. Zu diesen Waldrändern zählen Waldaußenränder, Waldinnenränder (Abstand bis zum nächstem Waldrand 30 m bis 50 m) und Bestandesränder bei Beständen mit mindestens 20 m Höhenunterschied. In allen Fällen wurde der Waldrand nur aufgenommen, wenn die entsprechende Traktecke auf den Holzboden, bzw. bei Bestandesgrenzen in den höheren Bestand gefallen ist. Bei der BWI I war die Waldrandlänge kein Erhebungsmerkmal.

Es wird nun ein Schätzverfahren vorgestellt, mit dem aus diesen Erhebungsdaten die Waldrandlänge je Hektar geschätzt werden kann. Innerhalb der Waldfläche eines Gebietes mit der Fläche A , welches sich aus Wald und Nichtwald zusammensetzt, werden n Stichprobenpunkte ausgewählt. Jeder Stichprobenpunkt dient als Mittelpunkt eines Probekreises mit dem Radius $r = 25 \text{ m}$. Auf einem Probekreis j ($j = 1, \dots, n$) wird die Länge x_j des Waldrandes gemessen, der den Probekreis schneidet. Die mittlere Waldrandlänge $\bar{X}^{(ha)}$ in dem Gebiet schätzt

$$\bar{x}^{(ha)} = \frac{1}{n} \frac{1}{\pi \cdot r^2} \sum_{j=1}^n x_j \cdot$$

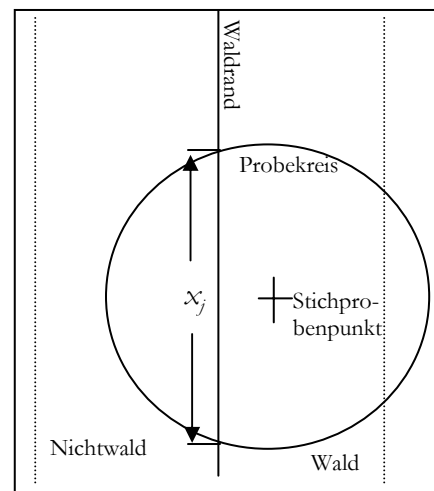


Abb. 1.7-1: Probekreis, der den Waldrand schneidet; ein Stichprobenpunkt muß zwischen die punktierten Linien fallen, damit der Probekreis den Waldrand schneidet. Tatsächlich wurden nur Stichprobenpunkte auf der Waldseite erhoben

Diese Schätzung ist allerdings verzerrt, da nur Stichprobenpunkte innerhalb des Waldes bzw. Bestandesränder nur aus dem höheren Bestand erhoben wurden. Der Waldrand würde auch von Probekreisen geschnitten, deren Mittelpunkte im Nichtwald bzw. im niedrigeren Bestand liegen. Bei einem geradlinigen Verlauf des Waldrandes schließt man also genau die Hälfte aller möglichen Stichprobenpunkte von der Erhebung aus, deren Probekreise den Waldrand schneiden (Abb. 1.7-1). Hat der Waldrand einen Knickpunkt (Abb. 1.7-2), ist je nach Öffnungswinkel der Waldrand-ecke die Auswahlwahrscheinlichkeit des Waldrandes aus dem Wald oder aus dem Nichtwald größer. Es wird nun angenommen, dass stumpfe und spitze Winkel an Waldrand-ecken mit gleicher Häufigkeit auftreten. In diesem Fall wird im Durchschnitt auch an den Waldrändern mit Knick etwa die Hälfte der Stichprobenpunkte, deren Probekreise den Waldrand schneiden, im Nichtwald liegen. Unter dieser Annahme gilt

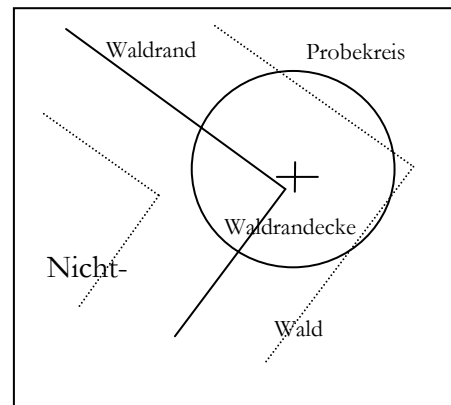


Abb. 1.7-2: Waldrand-ecke mit Probekreis; die Ecke hat einen stumpfen Öffnungswinkel

$$E \bar{x}^{(ha)} \approx \frac{1}{2} \bar{X}^{(ha)}.$$

Die tatsächliche mittlere Waldrandlänge/ha wird daher im Mittel über alle möglichen Stichprobenziehungen etwa um die Hälfte unterschätzt. Ein annähernd erwartungstreuer Schätzer für die mittlere Waldrandlänge/ha ist somit

$$\bar{x}^{(ha)} = \frac{1}{n} \frac{2}{\pi \cdot r^2} \sum_{i=1}^n x_j.$$

Entsprechend wurde einer Traktecke j , an der die Waldrandlänge x_j gemessen wurde, der Wert

$$x_j^{(ha)} = \frac{2 \cdot x_j}{\pi \cdot 25^2}$$

zugeordnet.

2 Hochrechnung innerhalb eines Gebietes mit einheitlicher Stichprobendichte

In diesem Kapitel wird die Hochrechnung von Trakteckwerten in einem Auswertungsgebiet beschrieben, in dem die Stichprobendichte nicht systematisch wechselt. Die Trakte können im 4 x 4 km oder im 2,83 x 2,83 km oder im 2 x 2 km Verband angeordnet sein (Abb. 2-1) Innerhalb dieses Auswertungsgebietes wird die systematische Anordnung der Trakte vernachlässigt und die Stichprobe als eine Zufallsauswahl betrachtet. Dieser Auffassung kommt auch die Tatsache entgegen, dass die Traktverteilung nach dem Gauß-Krüger-Koordinatensystem erfolgt ist. Durch die Projektion dieses Koordinatensystems auf die gekrümmte Erdoberfläche kommt es mitunter zu Unregelmäßigkeiten bei der Traktverteilung. In Extremfällen kann dadurch die Entfernung zwischen zwei benachbarten Trakten weniger als 3 km betragen, obwohl sie sich eigentlich im 4 x 4 km Verband befinden.

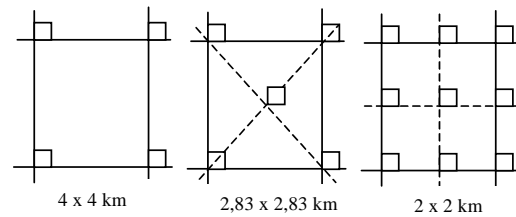


Abb. 2-1: Traktverbände bei der BWI; die Trakte sind jeweils mit der südwestlichen Ecke in die Gitter eingehängt.

Zur Auswertung wird die Traktstichprobe als eine einstufige Klumpenstichprobe aufgefasst. Die Objekte in den Trakten oder Klumpen bilden die Traktecken, für die aus den sie umgebenden Probeflächen Merkmalswerte abgeleitet werden. Im Modell wird angenommen, dass sich das Auswertungsgebiet aus N Klumpen zusammensetzt, von denen n ausgewählt wurden. Das Gebiet besteht aus M_0 Traktecken, von denen jede genau einem Trakt zugeordnet ist. Die Anzahl der Traktecken pro Trakt ist in einem Auswertungsgebiet, welches sich aus Wald und Nichtwald zusammensetzt, in der Regel konstant gleich vier. Allerdings kann die Anzahl der Traktecken bei Trakten, deren Umfangslinie die Grenze des Auswertungsgebietes schneidet, kleiner als vier sein. Genau genommen muss daher mit Trakten oder Klumpen unterschiedlicher Größe gearbeitet werden. An Traktecken im Nichtwald wurden keine Aufnahmen im Gelände durchgeführt. Hierdurch haben Probeflächen, die den Waldrand überlappen, eine geringere Auswahlwahrscheinlichkeit. Um diesen Effekt annähernd auszugleichen, haben durch Winkelzählproben ausgewählte Probebäume ein höheres Gewicht erhalten, wenn ihr Grenzkreis den Bestandesrand geschnitten hat.

Bezeichnungen:

M_i : Anzahl der Traktecken im Trakt i

n : Anzahl der Trakte (Wald und Nichtwald), die in dem Auswertungsgebiet ausgewählt wurden

A : Fläche des Auswertungsgebietes (s. Kap. 4.2)

X, Y : Merkmale, die bei der Inventur geschätzt werden sollen

x, y : geschätzte Werte der Merkmale

x_{ij}, y_{ij} : im Trakt i an der Ecke j beobachtete Werte

$x_i = \sum_{j=1}^{M_i} x_{ij}$, $y_i = \sum_{j=1}^{M_i} y_{ij}$: Gesamtwerte im Trakt i

$Var(x)$: tatsächliche Varianz

$v(x)$: aus der Stichprobe geschätzte Varianz

$Cov(x, y)$: tatsächliche Kovarianz zwischen x und y

$c(x, y)$: geschätzte Kovarianz zwischen x und y

$R = \frac{Y}{X}$: Ratio zwischen Y und X

$\hat{R} = \frac{y}{x}$: geschätztes Ratio

Z : tatsächliche Veränderung eines Mittelwertes bezogen auf die gesamte Fläche des Auswertungsgebietes

z : geschätzte Veränderung eines Mittelwertes bezogen auf die gesamte Fläche des Auswertungsgebietes

Variablen mit Querstrich bezeichnen Mittelwerte.

Variablen mit der Kennzeichnung ^(W) sind auf die Waldfläche bezogen.

Variablen mit der Kennzeichnung ^(ideell) sind auf die ideelle Anteilfläche einer Baumart bezogen.

Falls die Unterscheidung zwischen BWI I und BWI II notwendig ist, werden Variablen, die sich auf die BWI II beziehen, mit ' gekennzeichnet.

Der Stichprobenfehler einer Schätzung ergibt sich grundsätzlich aus der Wurzel der geschätzten Varianz.

2.1 Zustandsschätzungen

2.1.1 Mittelwerte im gesamten Auswertungsgebiet (Wald u. Nichtwald)

Sei x_{ij} die Quantität eines Merkmals, die aufgrund der Erhebungen der Traktecke j im Trakt i zu gewiesen wurde. Das arithmetische Mittel über die Traktecken

$$\bar{x}_i = \frac{1}{M_i} \sum_{j=1}^{M_i} x_{ij} = \frac{1}{M_i} x_i \quad (2.1)$$

ist die mittlere Ausprägung des Merkmals in dem Trakt. Den Mittelwert im Auswertungsgebiet (Wald u. Nichtwald) schätzt

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n M_i \cdot \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^n M_i} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n M_i} \quad (2.2)$$

Dieser Verhältnisschätzer ist annähernd erwartungstreu und konsistent in dem Sinne, dass für $n = N$ der geschätzte Mittelwert \bar{x} mit dem tatsächlichen Mittelwert übereinstimmt (COCHRAN 1977, S. 250). Wenn der Stichprobenumfang hinreichend groß ist, was in den meisten Fällen erfüllt sein dürfte, lässt sich die Varianz $Var(\bar{x})$ durch

$$v(\bar{x}) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^n M_i\right)^2} \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x} \cdot M_i)^2 \quad (2.3)$$

schätzen.

Bemerkung:

Wenn die Traktgröße nicht variiert, also alle Trakte mit vier Ecken im Auswertungsgebiet liegen, entspricht (2.2) dem arithmetischen Mittel der Traktmittelwerte. In diesem Fall sind Mittelwert- und Varianzschätzung erwartungstreu. Da meistens nur sehr wenige Trakte mit weniger als vier Ecken im Auswertungsgebiet liegen, dürfte auch der Bias bei den Schätzungen über (2.2) und (2.3) gering sein.

2.12 Gesamtwerte im Auswertungsgebiet

Der Gesamtwert X im Auswertungsgebiet wird durch

$$x = \bar{x} \cdot A \quad (2.4)$$

geschätzt, wobei \bar{x} über (2.2) hergeleitet wird. Hierbei wird vorausgesetzt, dass die Fläche A des Auswertungsgebietes bekannt ist. Die Varianz $Var(x)$ des Gesamtwertes kann dann durch

$$v(x) = v(\bar{x} \cdot A) = v(\bar{x}) \cdot A^2 \quad (2.5)$$

geschätzt werden.

2.13 Ratio-Schätzer

Neben Mittelwerten von einzelnen Variablen sollen auch Verhältnisse zwischen zwei Zielgrößen geschätzt werden. Bezeichne hierzu y_{ij} bzw. x_{ij} die beiden Merkmale an einer Traktecke j im Trakt i ($j = 1, \dots, M_i$ und $i = 1, \dots, n$). Dann sind $y_i = \sum_{j=1}^{M_i} y_{ij}$ und $x_i = \sum_{j=1}^{M_i} x_{ij}$ die entsprechenden Traktgesamtwerte. Weiter seien \bar{y} bzw. \bar{x} die Mittelwerte im Auswertungsgebiet, die gemäß (2.2) hergeleitet wurden. Das Verhältnis $R = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}}$ dieser beiden Variablen wird nun durch

$$\hat{R} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \quad (2.6)$$

geschätzt, da sich die $\sum_{i=1}^n M_i$ kürzen. Dieser Schätzer ist allerdings nur annähernd erwartungstreu. Er besitzt auch dann, wenn \bar{y} und \bar{x} erwartungstreu geschätzt wurden, einen Bias in der Größenordnung $\frac{1}{n}$ (COCHRAN 1977, S. 160). $Var(\hat{R})$ dieses Ratio-Schätzers kann durch

$$v(\hat{R}) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2} \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{R} \cdot x_i)^2 \quad (2.7)$$

geschätzt werden. (COCHRAN 1977, Gleichungen 6.9 und 6.13, Endlichkeitskorrektur vernachlässigt)

2.14 Spezielle Schätzer

In diesem Abschnitt werden beispielhaft einzelne Schätzer vorgestellt, die sich auf die allgemeineren Ausführungen in den vorangegangenen Abschnitten stützen.

2.141 Waldflächen

Auf der Grundlage von (2.1) und (2.2) kann der mittlere Waldanteil \bar{t} im Auswertungsgebiet geschätzt werden. Hierzu werden den Traktecken die Indikatorvariablen t_{ij} assoziiert. t_{ij} erhält den Wert 1, wenn die entsprechende Ecke im Wald liegt, sonst wird $t_{ij} = 0$ gesetzt (s. Kap. 1.51). Nach (2.2) gilt

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{\sum_{i=1}^n M_i} \quad (2.8)$$

Die Waldfläche $A^{(W)}$ im Auswertungsgebiet schätzt (2.4):

$$\tilde{A}^{(W)} = \bar{t} \cdot A. \quad (2.9)$$

Der Schätzer für die Varianz $Var(A^{(W)})$ lautet nach (2.5):

$$v(\tilde{A}^{(W)}) = v(\bar{t}) \cdot A^2. \quad (2.10)$$

2.142 Mittelwerte bezogen auf die Waldfläche

Viele Kennwerte bei der BWI beziehen sich nicht auf die Gesamtfläche des Auswertungsgebietes, sondern auf die Waldfläche bzw. auf Teilflächen innerhalb des Waldes. Beispiele hierfür sind der Vorrat/ha oder die Waldrandlänge/ha.

Es soll der Mittelwert $\bar{x}^{(W)}$ in Bezug auf die Waldfläche geschätzt werden. Dieser Mittelwert ergibt sich aus dem Verhältnis des Mittelwertes \bar{x} zum mittleren Waldanteil \bar{t} . Beide Werte sind auf das gesamte Auswertungsgebiet bezogen.

$$\bar{x}^{(W)} = \frac{\bar{x}}{\bar{t}}.$$

Bezeichnet $n^{(W)}$ die Anzahl der Trakte mit mindestens einer Ecke im Wald, so ist²

$$\bar{x}^{(W)} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n t_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n^{(W)}} x_i}{\sum_{i=1}^{n^{(W)}} t_i}, \quad (2.11)$$

weil $x_i = 0$ und $t_i = 0$ in Nichtwaldtrakten.

Der Mittelwert innerhalb der Waldfläche ergibt sich also aus der Summe der Trakteckwerte dividiert durch die Anzahl der Waldecken. Die Nichtwaldtrakte und auch die Nichtwaldecken innerhalb der Waldtrakte werden bei der Schätzung des Mittelwertes nicht berücksichtigt.

In Anlehnung an (2.7) kann die Varianz des Ratio-Schätzers durch

$$v(\bar{x}^{(W)}) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^n t_i\right)^2} \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}^{(W)} \cdot t_i)^2 \quad (2.12)$$

geschätzt werden.

2.143 Ideelle Anteilflächen der Baumarten

Der ideelle Flächenanteil \bar{b}_{Ba} einer Baumart³ Ba an der Gesamtfläche eines Auswertungsgebietes wird über die Standflächenanteile der betreffenden Baumart an den Traktecken geschätzt. Hier wird nur der Hauptbestand berücksichtigt. Zunächst werden die Standflächenanteile $b_{Ba,i}$ der Baumart (s. Kap. 1.52) innerhalb der Trakte ermittelt

$$b_{Ba,i} = \sum_{j=1}^{M_i} b_{Ba,jj}.$$

Den mittleren Standflächenanteil \bar{b}_{Ba} im Auswertungsgebiet schätzt nach (2.2)

$$\hat{\bar{b}}_{Ba} = \frac{\sum_{i=1}^n b_{Ba,i}}{\sum_{i=1}^n M_i}.$$

² Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird die Reihenfolge der Trakte so umgeordnet, dass die Waldtrakte vor den Nichtwaldtrakten aufgeführt sind.

³ Anstelle von Baumarten können auch Baumartengruppen gesetzt werden

Diese geschätzten Standflächenanteile summieren sich allerdings nicht immer zu dem Flächenanteil \bar{t} der Holzbodenfläche ohne Blöße auf. Mit

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n b_i}{\sum_{i=1}^n M_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{Ba} b_{Ba,i}}{\sum_{i=1}^n M_i}$$

gilt

$$\hat{b} \leq \bar{t},$$

wobei der Index Ba über alle Baumarten läuft. Die Ursache hierfür besteht darin, dass in seltenen Fällen an Traktecken im Holzboden ohne Blöße kein Hauptbestand in die Stichprobe gelangt ist. An diesen Ecken gilt

$$b_{Ba,ij} = 0$$

für alle Baumarten. Die Ecke wird jedoch als Holzboden ohne Blöße gewertet, also

$$t_{ij} = 1.$$

Die über

$$\tilde{A}_{Ba}^{(ideell)} = \hat{b}_{Ba} \cdot A$$

geschätzten Baumartenflächen summieren sich somit nicht immer zur Holzbodenfläche ohne Blöße. Um diesen Effekt auszugleichen, wird der Korrekturfaktor $\frac{\bar{t}}{\hat{b}}$ eingeführt. Mit

$$\bar{b}_{Ba} = \hat{b}_{Ba} \frac{\bar{t}}{\hat{b}} \quad (2.13)$$

gilt

$$\sum_{Ba} \bar{b}_{Ba} = \sum_{Ba} \hat{b}_{Ba} \frac{\bar{t}}{\hat{b}} = \frac{\bar{t}}{\hat{b}} \sum_{Ba} \hat{b}_{Ba} = \bar{t}$$

D. h. die Summe der korrigierten Standflächenanteile über alle Baumarten entspricht dem Flächenanteil des Holzbodens ohne Blöße. Damit der Korrekturfaktor $\frac{\bar{t}}{\hat{b}}$ definiert ist, müssen mindestens an einer Traktecke Bäume des Hauptbestandes in die Stichprobe gelangt sein. Anderenfalls können für das betreffende Auswertungsgebiet keine ideellen Anteilflächen geschätzt werden.

Mit den Flächenanteilen \bar{b}_{Ba} ergeben sich die ideellen Anteilflächen der Baumarten aus

$$\tilde{A}_{Ba}^{(ideell)} = \bar{b}_{Ba} \cdot A$$

Für die Herleitung von $Var(\tilde{A}_{Ba}^{(ideell)})$ wird angenommen, dass der Standflächenanteil einer Baumart unabhängig zu dem Anteil der Traktecken ohne Beobachtungen im Hauptbestand ist. Dann gilt nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz für Produkte (DE VRIES 1987, S. 368, GLEICHUNG 3B) für die geschätzte Varianz

$$v(\tilde{A}_{Ba}^{(ideell)}) = A^2 \left(\frac{\bar{t}^2}{\hat{b}^2} \cdot v(\hat{b}_{Ba}) + \hat{b}_{Ba}^2 \cdot v\left(\frac{\bar{t}}{\hat{b}}\right) \right). \quad (2.14)$$

Die Varianzen der Ratios \hat{b}_{Ba} und $\frac{\bar{t}}{\hat{b}}$ werden laut (2.7) durch

$$v(\hat{b}_{Ba}) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^n M_i\right)^2} \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n (b_{Ba,i} - \hat{b}_{Ba} \cdot M_i)^2$$

bzw. durch

$$v\left(\frac{\bar{t}}{\bar{b}}\right) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^n b_i\right)^2} \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(t_i - \frac{\bar{t}}{\bar{b}} \cdot b_i\right)^2$$

geschätzt.

2.144 Mittelwerte bezogen auf die ideellen Anteilflächen der Baumartengruppen

Einige Mittelwerte des Hauptbestandes wie Vorrat/ha oder Grundfläche/ha werden nicht auf die Waldfläche, sondern auf die ideellen Anteilflächen der Baumarten oder Baumartengruppen bezogen. Den Mittelwert $\bar{x}_{Ba}^{(ideell)}$, der sich auf die ideelle Anteilfläche einer Baumart Ba bezieht, schätzt das Verhältnis

$$\bar{x}_{Ba}^{(ideell)} = \frac{\bar{x}_{Ba}}{\bar{b}_{Ba}}, \quad (2.16)$$

wobei \bar{x}_{Ba} über (2.2), \bar{b}_{Ba} über (2.13) hergeleitet werden. Nach (2.7) wird $Var(\bar{x}_{Ba}^{(ideell)})$ durch

$$v(\bar{x}_{Ba}^{(ideell)}) = \frac{1}{\left(\frac{\bar{t}}{\bar{b}} \sum_{i=1}^n b_{Ba,i}\right)^2} \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(x_i - \bar{x}_{Ba}^{(ideell)} b_{Ba,i} \frac{\bar{t}}{\bar{b}}\right)^2 \quad (2.17)$$

geschätzt.

2.145 Mittelhöhen

Für die Traktecken, an denen Baumhöhen hergeleitet wurden, sind gemäß (1.3) Mittelhöhen geschätzt worden. In einem Trakt i ergibt sich nun die Mittelhöhe \bar{h}_i aus dem arithmetischen Mittel der Mittelhöhen \bar{h}_{ij} an den Traktecken

$$\bar{h}_i = \frac{\sum_{j=1}^{M_i^*} \bar{h}_{ij}}{M_i^*}.$$

Die Mittelwertbildung erfolgt hier nur über die M_i^* Traktecken in dem Trakt an denen Baumhöhen für die betreffende Baumart oder Baumartengruppe ermittelt wurden. Die mittlere Höhe im Auswertungsgebiet schätzt

$$\bar{h} = \frac{\sum_{i=1}^n M_i^* \cdot \bar{h}_i}{\sum_{i=1}^n M_i^*}.$$

Die Mittelhöhe \bar{h} ist also das arithmetische Mittel der Mittelhöhen an den Traktecken. Entsprechend (2.7) wird $Var(\bar{h})$ durch

$$v(\bar{h}) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^n M_i^*\right)^2} \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{h}_i - \bar{h})^2 M_i^{*2} \quad (2.18)$$

geschätzt.

2.146 Schadanteile bei den Bäumen bis 7 cm BHD

Der Schadanteil P an Bäumen bis 7 cm BHD ergibt sich aus dem Verhältnis der geschädigten Fläche zur gesamten Fläche dieser Bäume im Auswertungsgebiet. Aufgrund der Datenerhebung auf den Probekreisen wurde für jede Traktecke ein Schadanteil p_{ij} sowie auch ein Verjüngungsanteil/ha $sVer_{ij}$ geschätzt (s. Kap. 1.22 und Kap. 1.54). Mit den Traktgesamtwerten

$$sVer_i = \sum_{j=1}^{M_i} sVer_{ij} \text{ und } p_i = \sum_{j=1}^{M_i} p_{ij} \cdot sVer_{ij}$$

kann über (2.6) ein mittlerer Schadanteil \bar{p} bezogen auf die Fläche dieser Bäume unter 7 cm Bhd im Auswertungsgebiet hergeleitet werden:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i}{\sum_{i=1}^n sVer_i}. \quad (2.19)$$

Der Schätzer für $Var(\bar{p})$ lautet nach (2.7)

$$v(\bar{p}) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^n sVer_i\right)^2} \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p} \cdot sVer_i)^2.$$

2.147 Vorratszuwachs

Nach Kap. 1.12 ist aus den Einzelbaumdaten ein Vorratszuwachs für die Traktecken hergeleitet worden. Dieses Merkmal wird wie andere Merkmale der Traktecke behandelt. Insbesondere kann mit (2.11) der mittlere Vorratszuwachs/ha bezogen auf die Waldfläche und mit (2.16) der mittlere Vorratszuwachs bezogen auf die ideelle Anteilfläche einer Baumart geschätzt werden. Die Bezugsflächen sind die Flächen zum Zeitpunkt bei der BWI II.

2.148 Nutzungsmenge

Die Nutzungsmenge/ha wurde über die Bäume geschätzt, die bei der BWI I erhoben wurden und innerhalb des Inventurintervalls genutzt worden sind. Hierzu ist für jede Traktecke eines Traktes aus der BWI I eine Nutzungsmenge/ha u_{ij} ermittelt worden (s. Kap. 1.13). Mit (2.11) kann hieraus eine mittlere Nutzungsmenge $\bar{u}^{(W)}$ innerhalb der Waldfläche geschätzt werden:

$$\bar{u}^{(W)} = \frac{\sum_{i=1}^n u_i}{\sum_{i=1}^n t_i}. \quad (2.20)$$

Da die Bezugsfläche zum angenommenen Nutzungszeitpunkt (Hälfte der Inventurperiode) unklar ist, wird die Waldfläche zum Stichtag der BWI I verwendet. Entsprechend erhält die Variable t_i ihre Werte aus den Daten der BWI I. $Var(\bar{u}^{(W)})$ schätzt (2.12).

Die Nutzungsmenge/ha $\bar{u}^{(ideell)}$ bezogen auf die ideelle Anteilfläche einer Baumart Ba wird über (2.16) geschätzt:

$$\bar{u}^{(ideell)} = \frac{\bar{u}^{(W)}}{\bar{b}}. \quad (2.21)$$

Der ideelle Flächenanteil \bar{b} der Baumart ist hier wieder der Flächenanteil, der für die Baumart aus der BWI I geschätzt wird. Mit (2.17) kann $v(\bar{u}^{(ideell)})$ angegeben werden.

2.15 Wegeinventur

Bezeichnungen:

\bar{x} : geschätzte Wegedichte in m/ha bezogen auf die Gesamtfläche des Auswertungsgebietes

x : geschätzte Wegelänge

m_i : Anzahl der Schnittpunkte von Wegen im Wald mit der Traktumfangsline des Traktes i

L_i : Länge der Traktumfangsline des Traktes i in Metern

Die Wegeinventur fällt aus dem Rahmen der übrigen Aufnahmen heraus, da sie bei der BWI II nur im Gebiet der neuen Bundesländer durchgeführt wurde. Wege wurden an Schnittpunkten mit der Traktumfangsline inventarisiert, soweit der betreffende Schnittpunkt im Wald gelegen hat. Ein Bezug auf die Traktecken ist somit nicht möglich.

Die Wegedichte \bar{X} in einem Auswertungsgebiet wird über die Häufigkeit der Schnittpunkte von Wegen mit den Traktumfangslinien geschätzt (s. DE VRIES 1987, S. 242F). Haben am Trakt i m_i Wege die Traktumfangsline geschnitten, so ist

$$\bar{x}_i = \frac{\pi \cdot m_i}{2 \cdot L_i} \cdot 10^4 \quad (2.22)$$

ein erwartungstreuer Schätzer für die Wegedichte in m/ha im Auswertungsgebiet. Die Länge der Traktumfangsline beträgt in der Regel $L_i = 600m$. Lediglich bei Trakten deren Traktumfangsline die Grenze des Auswertungsgebietes schneidet ist $L_i < 600m$. Da dieser Fall relativ selten auftritt und zudem die tatsächliche Linienlänge bei diesen Trakten nicht erhoben wurde, wird vereinfachend angenommen, dass alle Trakte vollständig im Auswertungsgebiet liegen. In diesem Fall wird \bar{x} über das arithmetische Mittel der Traktwerte ermittelt

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{x}_i \quad (2.23)$$

Die Varianz $Var(\bar{x})$ der geschätzten mittleren Wegedichte wird über die Variation der Wegedichteschätzungen zwischen den Trakten geschätzt

$$v(\bar{x}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \quad (2.24)$$

Die Wegelänge X im Auswertungsgebiet schätzt das Produkt aus Wegedichte/ha und Fläche des Auswertungsgebietes (Wald u. Nichtwald)

$$x = \bar{x} \cdot A \quad (2.25)$$

Der Schätzer für $Var(x)$ lautet (vgl. Kap. 2.12)

$$v(x) = v(\bar{x}) \cdot A^2 \quad (2.26)$$

Die Wegedichte/ha bezogen auf die Waldfläche $\bar{x}^{(w)}$ schätzt das Ratio

$$\bar{x}^{(w)} = \frac{x}{\tilde{A}^{(w)}}, \quad (2.27)$$

wobei $\tilde{A}^{(w)}$ über (2.9) geschätzt wird. Zur Herleitung der Varianz wird (2.27) umgeformt. Nach (2.25) und (2.9) ist

$$\frac{x}{\tilde{A}^{(w)}} = \frac{\bar{x} \cdot A}{\bar{t} \cdot A} = \frac{\bar{x}}{\bar{t}},$$

wobei \bar{t} den über (2.8) geschätzten Waldanteil symbolisiert. Unter der obigen Annahme, dass alle Trakte vollständig im Auswertungsgebiet liegen, gilt

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i.$$

Nach Gleichung 2.7 ist damit

$$v(\bar{x}^{(W)}) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^n t_i\right)^2} \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - \bar{x}t_i)^2 \quad (2.28)$$

ein Schätzer für $Var(\bar{x}^{(W)})$.

2.2 Veränderungen gegenüber der BWI I

Die Veränderungen gegenüber der BWI I können nur in den alten Bundesländern geschätzt werden, da die BWI I auf dieses Gebiet beschränkt war. Bei der Herleitung der Schätzer wird angenommen, dass bei beiden Inventuren dieselben Trakte ausgewählt wurden. Daher können keine Veränderungen in den angeliederten Gebieten von Niedersachsen und Berlin hergeleitet werden. Weiter wird sich in der bayerischen Oberforstsdirektion Ansbach auf die Trakte der BWI II bezogen. Hier ist die Stichprobendichte bei der zweiten BWI gegenüber der bei der BWI I halbiert worden.

2.21 Veränderungen eines Mittelwertes in Wald und Nichtwald

Bezeichne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n M_i}$ den Mittelwert, der aus den Daten der BWI I geschätzt wurde. Entsprechend sei $\bar{x}' = \frac{\sum_{i=1}^n x'_i}{\sum_{i=1}^n M_i}$ der Mittelwert, der sich aus der Auswertung der BWI II ergeben hat.

Hierbei sind x_i und x'_i die entsprechenden Traktgesamtwerte. Die mittlere Veränderung von der BWI I zu der BWI II schätzt dann

$$\bar{z} = \bar{x}' - \bar{x}.$$

\bar{z} ist wie die beiden Schätzer \bar{x} und \bar{x}' annähernd erwartungstreu (s. Kap. 2.1). Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz für Differenzen (DE VRIES 1987, S. 368) gilt für die Varianz von \bar{z} :

$$Var(\bar{z}) = Var(\bar{x}) + Var(\bar{x}') - 2 Cov(\bar{x}, \bar{x}').$$

Die Schätzer für $Var(\bar{x})$ und $Var(\bar{x}')$ sind mit (2.3) gegeben. Die Kovarianz $Cov(\bar{x}, \bar{x}')$ kann durch

$$c(\bar{x}, \bar{x}') = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^n M_i\right)^2} \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n M_i^2 (\bar{x}_i - \bar{x}_1)(\bar{x}'_i - \bar{x}'_1) \quad (2.29)$$

geschätzt werden (COCHRAN 1977, S 181). Insgesamt ist somit durch

$$v(\bar{z}) = v(\bar{x}) + v(\bar{x}') - 2 c(\bar{x}, \bar{x}') \quad (2.30)$$

ein Schätzer für $Var(\bar{z})$ bereitgestellt.

2.22 Veränderungen der Gesamtwerte

Die Veränderung Z eines Gesamtwertes zwischen den beiden Inventuren wird durch

$$z = x' - x = A \cdot (\bar{x}' - \bar{x}) = A \cdot \bar{z} \quad (2.31)$$

geschätzt, wobei die Gesamtwerte x und x' gemäß (2.4) hergeleitet werden. Die Varianz $Var(z)$ wird mit (2.30) durch

$$v(z) = A^2 \cdot v(\bar{z}) \quad (2.32)$$

geschätzt.

2.23 Veränderung eines Ratios

Die Veränderung Z eines Ratios R von der BWI I zu der BWI II ist durch die Differenz $R' - R$ bestimmt. Diese Differenz wird durch die Stichprobenkopie

$$\bar{\tilde{x}} = \hat{R}' - \hat{R}$$

geschätzt. Hierbei wurden \hat{R} und \hat{R}' gemäß (2.6) aus den Stichproben von der BWI I bzw. von der BWI II geschätzt. Für den Schätzer von $Var(\bar{\tilde{x}})$ besteht die Zerlegung

$$v(\bar{\tilde{x}}) = v(\hat{R}' - \hat{R}) = v(\hat{R}) + v(\hat{R}') - 2 \cdot c(\hat{R}, \hat{R}'). \quad (2.33)$$

Die Schätzer $v(\hat{R})$ und $v(\hat{R}')$ sind durch (2.7) gegeben. Die Kovarianz $Cov(\hat{R}, \hat{R}')$ zwischen den beiden Ratios

$$\hat{R} = \frac{\sum_{i=1}^n \mathcal{Y}_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \quad \text{und} \quad \hat{R}' = \frac{\sum_{i=1}^n \mathcal{Y}'_i}{\sum_{i=1}^n x'_i}$$

kann durch

$$c(\hat{R}, \hat{R}') = \frac{1}{x \cdot x'} \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{R}x_i)(y'_i - \hat{R}'x'_i) \quad (2.34)$$

geschätzt werden (COCHRAN 1977, S. 181). Hier ist $x = \sum_{i=1}^n x_i$ und $x' = \sum_{i=1}^n x'_i$ gesetzt.

2.24 Spezielle Schätzer

Wie schon im Abschnitt 2.14 werden hier einige konkrete Schätzverfahren vorgestellt, mit der die Palette von Anwendungen der allgemeineren Schätzer aus den vorangegangenen Abschnitten abgedeckt wird.

2.241 Veränderung der Waldfläche

Die Veränderung der Waldfläche wird gemäß (2.31) durch

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}_{A^{(W)}} &= A'^{(W)} - A^{(W)} \\ &= A(\bar{t}' - \bar{t}) \end{aligned}$$

geschätzt. Die mittleren Waldanteile \bar{t} bei der BWI I und \bar{t}' bei der BWI II folgen aus (2.8). Der Schätzer für $Var(\tilde{\Delta}_{A^{(W)}})$ lautet nach (2.32)

$$\begin{aligned} Var(\tilde{\Delta}_{A^{(W)}}) &= A^2 v(\bar{t}' - \bar{t}) \\ &= A^2 v(\bar{t}) + v(\bar{t}') - 2c(\bar{t}, \bar{t}'), \end{aligned}$$

wobei $v(\bar{t})$ und $v(\bar{t}')$ nach (2.3) und $c(\bar{t}, \bar{t}')$ gemäß (2.29) geschätzt werden.

2.242 Veränderungen von Mittelwerten innerhalb der Waldfläche

Die Veränderung $\bar{\tilde{x}}^{(W)}$ eines Mittelwertes innerhalb der Waldfläche ergibt sich aus der Differenz der Mittelwerte, die bei den zwei Inventuren geschätzt wurden:

$$\bar{\tilde{x}}^{(W)} = \bar{x}'^{(W)} - \bar{x}^{(W)}.$$

Da es sich bei

$$\bar{x}^{(W)} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n t_i} \quad \text{und} \quad \bar{x}'^{(W)} = \frac{\sum_{i=1}^n x'_i}{\sum_{i=1}^n t'_i} \quad (2.35)$$

um Ratio-Schätzer handelt, wird die Varianz $Var(\bar{\tilde{x}}^{(W)})$ über (2.33) hergeleitet.

Insbesondere die Kovarianz $Cov(\bar{x}^{(W)}, \bar{x}'^{(W)})$ zwischen den beiden Ratio-Schätzern kann gemäß (2.34) durch

$$c(\bar{x}_1^{(W)}, \bar{x}'^{(W)}) = \frac{1}{t \cdot t'} \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}^{(W)} t_i) (x'_i - \bar{x}'^{(W)} t'_i)$$

geschätzt werden.

2.243 Veränderung der ideellen Anteilflächen der Baumarten

Die Veränderung $\Delta_{A_{Ba}^{(ideell)}}$ der ideellen Anteilfläche einer Baumart ergibt sich aus der Differenz der Flächenschätzungen in den beiden Inventuren

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}_{A_{Ba}^{(ideell)}} &= \tilde{A}'_{Ba}^{(ideell)} - \tilde{A}_{Ba}^{(ideell)} \\ &= \bar{b}' A' - \bar{b} \tilde{A} \\ &= A (\bar{b}' - \bar{b}) \end{aligned}$$

Für $Var(\tilde{\Delta}_{A_{Ba}^{(ideell)}})$ besteht wieder die Zerlegung

$$Var(\tilde{\Delta}_{A_{Ba}^{(ideell)}}) = Var(\tilde{A}_{Ba}^{(ideell)}) + Var(\tilde{A}'_{Ba}^{(ideell)}) - 2 Cov(\tilde{A}_{Ba}^{(ideell)}, \tilde{A}'_{Ba}^{(ideell)}).$$

Hierbei können $Var(A_{Ba}^{(ideell)})$ und $Var(A'_{Ba}^{(ideell)})$ über (2.15) geschätzt werden. Für die Kovarianz gilt (vgl. Abs. 2.143)

$$\begin{aligned} Cov(\tilde{A}_{Ba}^{(ideell)}, \tilde{A}'_{Ba}^{(ideell)}) &= A^2 Cov(\bar{b}, \bar{b}') \\ &= A^2 \frac{\bar{t}}{\bar{b}} \frac{\bar{t}'}{\bar{b}'} Cov(\hat{b}, \hat{b}') \end{aligned}$$

wobei die Faktoren $\frac{\bar{t}}{\bar{b}}$ und $\frac{\bar{t}'}{\bar{b}'}$, deren Werte nahe bei 1 liegen als feste Größen betrachtet werden..

2.244 Veränderungen von Mittelwerten auf ideellen Anteilflächen

Der Hektarvorrat und andere dendrometrische Kennwerte sind auf die ideellen Anteilflächen der Baumarten bezogen. Entsprechend müssen bei der Veränderung dieser Kennwerte auch die ideellen Anteilflächen, die auch einem Wandel unterliegen, berücksichtigt werden. Die Veränderung $\Delta_{\bar{x}^{(ideell)}}$ der Mittelwerte $\bar{x}^{(ideell)}$ und $\bar{x}'^{(ideell)}$, die bei der BWI I bzw. bei der BWI II über (2.16) geschätzt wurden, ergibt sich aus

$$\begin{aligned} \Delta_{\bar{x}^{(ideell)}} &= \bar{x}'^{(ideell)} - \bar{x}^{(ideell)} \\ &= \frac{\bar{x}'^{(W)}}{\bar{b}'} - \frac{\bar{x}^{(W)}}{\bar{b}}. \end{aligned} \tag{2.36}$$

Gemäß der Veränderung eines Ratios wird $Var(\Delta_{\bar{x}^{(ideell)}})$ durch (2.33) geschätzt.

3 Hochrechnung über Gebiete mit unterschiedlichen Stichprobendichten

Bei der BWI sind insgesamt drei verschiedene Stichprobendichten verwendet worden (2 x 2 km, 2,83 x 2,83 km und 4 x 4 km Traktverbände). Um grobe Fehler bei den Flächenschätzungen zu vermeiden (DAHM 1995), wird die Stichprobe nach Gebieten mit einheitlichen Stichprobendichten stratifiziert und jedes derartige Gebiet getrennt ausgewertet. Ein Stratum ist demnach Gebiet, in dem die Stichprobendichte nicht systematisch wechselt. Diese nachträgliche Stratifizierung sollte näherungsweise zulässig sein, da es sich bei den Gebieten mit einheitlicher Stichprobendichte (Bundesländer, Forstdirektionen oder großflächige Wuchsgebiete) um große zusammenhängende Flächen handelt. Bei einer abweichenden Wahl des Gitternetzursprungs, dem die systematische Traktverteilung zugrunde liegt, werden sich die zufälligen Stichprobenumfänge innerhalb dieser großflächigen Gebiete nicht stark verändern. Grundsätzlich wird angenommen, dass die Erhebungen von Stratum zu Stratum unabhängig voneinander verlaufen sind. Insbesondere wird vorausgesetzt, dass keine Korrelationen zwischen Variablen bestehen, die sich auf verschiedene Straten beziehen.

Bezeichnungen:

L : Anzahl der Straten (Gebiete mit einheitlichen Stichprobendichten), über die ausgewertet wird

b : Index für ein Stratum ($b = 1, 2, 3$)

A_b : Gesamtfläche des Stratums b (Wald und Nichtwald) in dem Auswertungsgebiet

$A = \sum_{b=1}^L A_b$: Gesamtfläche aller Straten (Wald und Nichtwald) in dem Auswertungsgebiet

$W_b = \frac{A_b}{A}$: Gewicht des Stratums b

Für die anderen Bezeichnungen gelten die Konventionen, die zu Beginn des Kapitels 2 getroffen wurden.

3.1 Zustandsschätzungen

3.1.1 Mittelwerte in Wald und Nichtwald

Der Mittelwert \bar{x} in einem Auswertungsgebiet, in dem verschiedene Stichprobendichten zur Anwendung gekommen sein können, ergibt sich aus dem mit den Flächen der Straten (Gebieten mit einheitlicher Stichprobendichte) gewogenen Mittel:

$$\bar{x} = \sum_{b=1}^L W_b \cdot \bar{x}_b \quad (3.1)$$

Die Mittelwerte \bar{x}_b , ($b = 1, \dots, L$) innerhalb der Straten werden über (2.2) bzw. bei der Herleitung der mittleren Wegedichte über (2.23) geschätzt.

Da die Flächen der Straten bekannt sind bzw. relativ genau geschätzt werden können (s. Kap. 4.2), kann $Var(\bar{x})$ gemäß dieser stratifizierten Stichprobe durch

$$v(\bar{x}) = \sum_{b=1}^L W_b^2 v(\bar{x}_b) \quad (3.2)$$

geschätzt werden (COCHRAN 1977, THEOREM 5.2). Die Schätzer $v(\bar{x}_b)$, ($b = 1, \dots, L$) für die Varianzen der Mittelwerte \bar{x}_b innerhalb der Straten sind durch (2.3) bzw. bei der Wegeinventur durch (2.24) gegeben. (3.1) und (3.2) können zum Beispiel zur Herleitung des mittleren Waldanteils über mehrere Straten und des entsprechenden Stichprobenfehlers verwendet werden.

3.12 Gesamtwerte

Bezeichne x_b den über (2.4) geschätzten Gesamtwert, der im Stratum b ($b = 1, \dots, L$) geschätzt wurde. Der Gesamtwert X über L Straten schätzt die Summe

$$x = \sum_{b=1}^L x_b. \quad (3.3)$$

Für die Schätzung der Varianz $Var(x)$ wird die Annahme der Unabhängigkeit der Stichproben von Stratum zu Stratum verwendet. Unter dieser Bedingung gilt nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz für Summen

$$v(x) = v\left(\sum_{b=1}^L x_b\right) = \sum_{b=1}^L v(x_b). \quad (3.4)$$

Hierbei wird $v(x_b)$ über (2.5) geschätzt.

Der Herleitung der Wegelänge und ihrer Varianz erfolgt analog.

3.13 Ratio über mehrere Straten

Das Ratio R über L Straten schätzt

$$\hat{R} = \frac{\sum_{b=1}^L \bar{y}_b \cdot A_b}{\sum_{b=1}^L \bar{x}_b \cdot A_b} = \frac{y}{x}. \quad (3.5)$$

Hierbei handelt es sich um einen sogenannten kombinierten Ratio-Schätzer (COCHRAN 1977, S. 165). Der Schätzer für $Var(\hat{R})$ lautet

$$v(\hat{R}) = \frac{1}{\bar{x}^2} \sum_{b=1}^L W_b^2 \left(v(\bar{y}_b) + \hat{R}^2 v(\bar{x}_b) - 2\hat{R} c(\bar{x}_b, \bar{y}_b) \right) \quad (3.6)$$

$v(\bar{x}_b)$ und $v(\bar{y}_b)$ folgen aus (2.3). Während der Mittelwert \bar{x} mit (3.1) geschätzt werden kann, lautet der Schätzer für die Kovarianz $Cov(\bar{x}_b, \bar{y}_b)$

$$c(\bar{x}_b, \bar{y}_b) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^{n_b} M_{hi}\right)^2} \frac{n_b}{n_b - 1} \sum_{i=1}^{n_b} (x_{hi} - \bar{x}_b M_{hi})(y_{hi} - \bar{y}_b M_{hi}) \quad (3.7)$$

(vgl. Gleichung 2.29).

Mit Hilfe dieser Ratios werden Mittelwerte bezogen auf die Waldfläche oder auf die ideellen Anteilflächen der Baumartengruppen hergeleitet. Auch die mittlere Wegedichte über mehrere Straten kann über (3.5) geschätzt werden. Bei der Varianzschätzung wird hier allerdings wieder angenommen (vgl. Kap. 2.15), dass Trakte nicht die Grenzen der Straten bzw. die Grenze des Auswertungsgebietes berühren. In diesem Fall ist Anzahl der Traktecken $M_{hi} = 4$ für alle Trakte. Insbesondere (3.7) vereinfacht sich dann zu

$$\tilde{c}(\bar{x}_b, \bar{y}_b) = \frac{1}{n_b(n_b - 1)} \sum_{i=1}^{n_b} (x_{hi} - \bar{x}_b)(y_{hi} - \bar{y}_b).$$

3.14 Spezielle Schätzer

3.141 Mittelwerte über mehrere Straten bezogen auf ideelle Anteilflächen

Ein Mittelwert für eine Baumart bezogen auf ihre ideelle Anteilfläche ergibt sich aus dem Quotienten von Gesamtwert und ideeller Anteilfläche im Auswertungsgebiet. Für den Herleitung eines Mittelwertes über mehrere Straten müssen zunächst der Gesamtwert und die ideelle Anteilfläche der Baumart geschätzt werden.

Der mittlere Flächenanteil $\bar{b}_{Ba,b}$ bzw. ein Mittelwert $\bar{x}_{Ba,b}$ für die Baumart Ba in einem Stratum b , $b = 1, \dots, L$, ergeben sich nach (2.13) bzw. (2.2) aus

$$\bar{b}_{Ba,b} = \frac{\frac{\bar{t}_b}{\hat{b}_b} \sum_{i=1}^{n_b} b_{Ba,bi}}{\sum_{i=1}^{n_b} M_{bi}} \quad \text{bzw.} \quad \bar{x}_{Ba,b} = \frac{\sum_{i=1}^{n_b} x_{bi}}{\sum_{i=1}^{n_b} M_{bi}}.$$

Die Schätzer für die entsprechenden Varianzen lauten nach (2.14)

$$v(\bar{b}_{Ba,b}) = \frac{\bar{t}_b^2}{\hat{b}_{Ba,b}^2} \cdot v(\hat{b}_{Ba,b}) + \hat{b}_{Ba,b}^2 \cdot v\left(\frac{\bar{t}_b}{\hat{b}_b}\right)$$

bzw.

$$v(\bar{x}_{Ba,b}) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^{n_b} M_{bi}\right)^2} \frac{n_b}{n_b - 1} \sum_{i=1}^{n_b} (x_{Ba,bi} - \bar{x}_{Ba,b} M_{bi})^2.$$

Mit $\bar{b}_{Ba,b}$ bzw. $\bar{x}_{Ba,b}$ können gemäß (3.1)

$$\bar{b}_{Ba} = \sum_{b=1}^L W_b \cdot \bar{b}_{Ba,b} \quad \text{bzw.} \quad \bar{x}_{Ba} = \sum_{b=1}^L W_b \cdot \bar{x}_{Ba,b}$$

der mittlere Flächenanteil \bar{b}_{Ba} bzw. der Mittelwert \bar{x}_{Ba} im Auswertungsgebiet geschätzt werden.

Die Gesamtwerte im Auswertungsgebiet ergeben sich aus

$$\tilde{A}_{Ba}^{(ideell)} = A \cdot \bar{b}_{Ba} \quad \text{und} \quad x_{Ba} = A \cdot \bar{x}_{Ba}$$

Ein Mittelwert $\bar{x}_{Ba}^{(ideell)}$ im Auswertungsgebiet bezogen auf die ideelle Anteilfläche der Baumart schätzt

$$\bar{x}_{Ba}^{(ideell)} = \frac{x_{Ba}}{A_{Ba}^{(ideell)}}.$$

Es ist

$$\frac{x_{Ba}}{A_{Ba}^{(ideell)}} = \frac{A \cdot \sum_{b=1}^L W_b \cdot \bar{x}_{Ba,b}}{A \cdot \sum_{b=1}^L W_b \cdot \bar{b}_{Ba,b}} = \frac{\sum_{b=1}^L W_b \cdot \bar{x}_{Ba,b}}{\sum_{b=1}^L W_b \cdot \bar{b}_{Ba,b}}.$$

Nach (3.6) lautet der Schätzer für $Var(\bar{x}_{Ba}^{(ideell)})$:

$$v(\bar{x}_{Ba}^{(ideell)}) = \frac{1}{\bar{b}_{Ba}^2} \sum_{b=1}^L W_b^2 \left(v(\bar{x}_{Ba,b}) + \bar{x}_{Ba}^{(ideell)2} v(\bar{b}_{Ba,b}) - 2 \bar{x}_{Ba}^{(ideell)} \cdot c(\bar{b}_{Ba,b}, \bar{x}_{Ba,b}) \right). \quad (3.8)$$

Die $Cov(\bar{b}_{Ba,b}, \bar{x}_{Ba,b})$ kann gemäß (3.7) durch

$$c(\bar{b}_{Ba,b}, \bar{x}_{Ba,b}) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^{n_b} M_{bi}\right)^2} \frac{n_b}{n_b - 1} \sum_{i=1}^{n_b} \left(b_{Ba,bi} \frac{\bar{t}_{bi}}{\hat{b}_{bi}} - \hat{b}_{Ba,b} \frac{\bar{t}_b}{\hat{b}_b} M_{bi} \right) (x_{Ba,bi} - \bar{x}_{Ba,b} M_{bi}).$$

geschätzt und in (3.8) eingesetzt werden. Bei dieser Kovarianzschätzung wird, wie in Ka.p. 2.143, angenommen, dass der Baumartenanteil $\hat{b}_{Ba,b}$ nicht mit den Korrekturfaktor $\frac{\bar{t}_b}{\hat{b}_b}$ korreliert sind.

3.2 Herleitung der Veränderungen

3.21 Veränderungen in Wald und Nichtwald

Bezeichne \bar{x} und \bar{x}' die bei der ersten bzw. bei der zweiten BWI mit (3.1) über mehrere Straten, d. h. über mehrere Gebiete mit jeweils einheitlicher Stichprobendichte, geschätzten Mittelwerte. Die Veränderung \bar{z} des Mittelwertes schätzt

$$\bar{z} = \bar{x}' - \bar{x}. \quad (3.9)$$

Für \bar{z} gilt mit den Bezeichnungen wie in Kap. 3.1

$$\begin{aligned} \bar{z} &= \sum_{b=1}^L W_b \bar{x}'_b - \sum_{b=1}^L W_b \bar{x}_b \\ &= \sum_{b=1}^L W_b (\bar{x}'_b - \bar{x}_b) \\ &= \sum_{b=1}^L W_b \bar{z}_b. \end{aligned}$$

Da die Schätzungen der Mittelwerte \bar{x}_b und \bar{x}'_b von Stratum zu Stratum unabhängig voneinander sind, gilt dies auch für die \bar{z}_b . Entsprechend kann $Var(\bar{z}_b)$ wieder gemäß der stratifizierten Stichprobe durch

$$v(\bar{z}) = \sum_{b=1}^L W_b^2 v(\bar{z}_b) \quad (3.10)$$

geschätzt werden.

3.22 Veränderungen der Gesamtwerte

Die Veränderung Z eines Gesamtwertes wird durch

$$z = A \cdot \bar{z}$$

geschätzt, wobei \bar{z} über (3.9) hergeleitet wird. Die Varianz $Var(\bar{z})$ der Veränderung kann durch

$$v(z) = A^2 \cdot v(\bar{z})$$

geschätzt werden. $v(\bar{z})$ wird dabei über Gleichung 3.10 ermittelt.

3.23 Veränderungen von Ratios

Mittelwerte bezogen auf die Waldfläche oder auf Teilflächen werden über Ratios geschätzt. Die Veränderung \bar{z} eines solchen Mittelwertes kann daher als die Veränderung eines Ratios R bei der BWI I zu dem Ratio R' bei der BWI II aufgefasst werden. Über mehrere Straten wird diese Veränderung durch die Differenz

$$\bar{z} = \hat{R}' - \hat{R}$$

geschätzt. Hierbei werden die beiden Ratios R und R' gemäß (3.5) aus den Stichproben von BWI I und BWI II hergeleitet. Für $Var(\bar{z})$ besteht wieder die Zerlegung

$$Var(\bar{z}) = Var(\hat{R}' - \hat{R}) = Var(\hat{R}) + Var(\hat{R}') - 2 \cdot Cov(\hat{R}, \hat{R}'). \quad (3.11)$$

Während sich die Schätzungen für $Var(\hat{R})$ und $Var(\hat{R}')$ aus (3.6) ergeben, muss $Cov(\hat{R}, \hat{R}')$ näher untersucht werden. Für die Kovarianz der beiden Ratios gilt (s. COCHRAN 1977, S. 181)

$$Cov(\hat{R}, \hat{R}') = Cov\left(\frac{y}{x}, \frac{y'}{x'}\right)$$

$$\approx \frac{1}{X \cdot X'} \text{Cov}(y - R x, y' - R' x').$$

Weiter ist wegen der Linearität des Erwartungswertes

$$\begin{aligned} \text{Cov}(y - R x, y' - R' x') &= \text{Cov}\left(\sum_{b=1}^L (y_b - R x_b), \sum_{b=1}^L (y'_b - R' x'_b)\right) \\ &= \sum_{b=1}^L \sum_{k=1}^L \text{Cov}(y_b - R x_b, y'_k - R' x'_k) \\ &= \sum_{b=1}^L \text{Cov}(y_b - R x, y'_b - R' x'_b). \end{aligned}$$

Für die letzte Umformung wurde wieder die Unabhängigkeit der Stichproben von Stratum zu Stratum verwendet. Unter dieser Bedingung verschwinden die Kovarianzen zwischen unterschiedlichen Straten, also die Summanden bei denen $b \neq k$.

Nach (2.4) gilt für die Gesamtwerte innerhalb der Straten

$$x_b = A_b \cdot \bar{x}_b \quad \text{und} \quad y_b = A_b \cdot \bar{y}_b.$$

Hieraus folgt

$$\text{Cov}(y_b - R x, y'_b - R' x'_b) = A_b^2 \text{Cov}(\bar{y}_b - R \bar{x}, \bar{y}'_b - R' \bar{x}').$$

Um $\text{Cov}(\bar{y}_b - R \bar{x}, \bar{y}'_b - R' \bar{x}')$ aus der Stichprobe zu schätzen werden folgende Bezeichnungen eingeführt:

$$d_{bi} = y_{bi} - \hat{R} x_{bi} \quad \text{und} \quad \bar{d}_b = \frac{1}{n_b} \sum_{i=1}^{n_b} d_{bi}.$$

Mit dieser vereinfachten Notation kann $\text{Cov}(\bar{d}_b, \bar{d}'_b)$ durch

$$c(\bar{d}_b, \bar{d}'_b) = \frac{1}{n_b(n_b - 1)} \sum_{i=1}^{n_b} (d_{bi} - \bar{d}_b)(d'_{bi} - \bar{d}'_b)$$

geschätzt werden. Hier ist zu beachten, dass im allgemeinen $\bar{d}_b \neq 0$ gilt, da anstelle von \hat{R}_h das globale \hat{R} verwendet wird. Insgesamt lautet damit der Schätzer für $\text{Cov}(\hat{R}, \hat{R}')$:

$$c(\hat{R}, \hat{R}') = \frac{1}{\bar{x} \cdot \bar{x}'} \sum_{b=1}^L \left(W_b^2 \frac{1}{n_b(n_b - 1)} \sum_{i=1}^{n_b} (d_{bi} - \bar{d}_b)(d'_{bi} - \bar{d}'_b) \right) \quad (3.12)$$

Mit (3.12) sind für alle Komponenten von (3.11) Schätzer bereitgestellt, so dass für $\text{Var}(\bar{x})$ ein Schätzwert hergeleitet werden kann.

4 Anhang

4.1 Zuordnung der Baumarten zu den 13 Baumartengruppen

Bei der Schätzung der Standflächen werden 13 Baumartengruppen unterschieden (s. Kap. 1.52). In der folgenden Tabelle ist die Zuordnung der Baumarten zu diesen Baumartengruppen wiedergegeben.

Baumartengruppe	Zugeordnete Baumarten
Fichte	Alle Fichten sowie Lebensbaum, Hemlockstanne, Eibe, Lawsonszypresse, Mammutbaum, übrige Nadelbäume
Tanne	Alle Tannen
Douglasie	Douglasie
Kiefer	Alle Kiefern
Europäische Lärche	Europäische Lärche
Japanische Lärche	Japanische Lärche
Buche	Rotbuche
Eiche	Alle Eichen (außer Roteiche)
Roteiche	Roteiche
Esche	Esche, Hainbuche, Ahorn, Linde, Ulme, Ross- und Edelkastanie, Pappel, Wildobst, Speierling, Maulbeerbaum, Mehlbeere, Platane, Nussbaumarten, Stechpalme, Vogelbeere, Weide, Traubenkirsche, Faulbaum, Götterbaum, Baumhasel, Elsbeere, übrige Laubbäume
Erle	Alle Erlen
Birke	Birke
Pappel	Alle Pappeln

Tab 4.1-1: Zuordnung der Baumarten zu den Baumartengruppen, für die Standflächengleichungen vorliegen.

4.2 Gesamtflächen der Auswertungsgebiete

Für die Herleitung von Waldflächen und von anderen Gesamtwerten, wie z. B. den Vorrat, ist die Kenntnis der Wald- und Nichtwaldfläche eines Auswertungsgebietes erforderlich. Wird ein Auswertungsgebiet von verschiedenen Straten, d. h. von Gebieten mit systematisch unterschiedlichen Stichprobendichten, geschnitten, müssen auch die Teilflächen der Straten innerhalb des Auswertungsgebietes bekannt sein. Diese Flächenangaben liegen für Gemeinden, Landkreise und Länder vor. Weiter sind die Flächen der Straten im Bundesgebiet und in den Ländern ermittelt worden. Hiermit sind die Gesamtflächen der Auswertungsgebiete bekannt, auf die sich die Standardauswertungen der BWI beziehen. Bei forstlichen Einheiten, wie Wuchsgebiete oder Forstämter, liegen jedoch vielfach die Nichtwaldflächen und damit die Gesamtflächen nicht vor. Zur Herleitung von Kennwerten in diesen Gebieten müssen daher auch die Gesamtflächen geschätzt werden. Dasselbe gilt für Landkreise, in denen verschiedene Stichprobendichten realisiert wurden. Innerhalb solcher Landkreise sind die Flächen der Straten unklar.

4.21 Schätzverfahren

In einem Auswertungsgebiet mit der Fläche A , in dem die Stichprobendichte nicht systematisch wechselt, wird die Waldfläche $A^{(W)}$ durch

$$\tilde{A}^{(W)} = \frac{A}{\sum_{i=1}^n M_i} \sum_{i=1}^n t_i \quad (1)$$

geschätzt (vgl. Kap. 2.141). Der Faktor

$$Rep = \frac{A}{\sum_{i=1}^n M_i}$$

kann als die Fläche interpretiert werden, die eine Traktecke in dem Auswertungsgebiet repräsentiert. Im 4 x 4 km Verband gilt

$$Rep \approx 400 \text{ ha} .$$

Der genaue Wert von Rep hängt vom konkretem Verlauf der Grenzlinie des Gebietes mit einheitlicher Stichprobendichte bzw. Auswertungsgebietes ab. Die „Repräsentationsfläche“ einer Traktecke kann also je nach Auswertungsgebiet unterschiedliche Werte annehmen. Die besten, d. h. unverzerrten, Schätzungen für $A^{(W)}$ ergeben sich, wenn die Gesamtfläche A eines Auswertungsgebietes bekannt ist. Deshalb sollten diese Flächenangaben verwendet werden, soweit sie vorliegen.

Falls die Gesamtfläche eines Auswertungsgebietes bzw. die Fläche eines Stratum nicht bekannt ist, kann sie über die „Repräsentationsflächen“ der Traktecken geschätzt werden:

$$\tilde{A} = Rep \cdot \sum_{i=1}^n M_i .$$

Hier mussten jedoch Setzungen für die Repräsentationsfaktoren gefunden werden. Der Repräsentationsfaktor Rep_b innerhalb eines Stratum wurde durch

$$Rep_b = \frac{A_b}{\sum_{i=1}^{n_b} M_{bi}}$$

festgelegt. Hierdurch ist die Additivität von Wuchsgebietsflächen oder Forstamtsflächen zur Fläche des Bundesgebietes gewährleistet. In Teilgebieten mit bekannter Gesamtfläche kann weiter mit Gleichung 1 gearbeitet werden. Auch hier ist die Additivität zum Gesamtergebnis vorhanden. Die mit den Repräsentationsflächen geschätzten Flächen von Wuchsgebieten oder von Forstämtern müssen sich allerdings nicht zu der Waldfläche eines Bundeslandes oder Landkreises aufaddieren.

5 Literatur

- COCHRAN, W. G. (1977): Sampling techniques. *New York: John Wiley & Sons*, 428 S.
- DAHM, S. (1995): Bundeswaldinventur – Auswertungsmodelle und Vorschläge zur Effektivitätssteigerung. *Mitteilungen der Bundesforschungsanstalt für Forst- und Holzwirtschaft, Hamburg, 180, S. 1-142.*
- DAHM, S. (2000): Möglichkeiten zur Einschränkung der Höhen- und D7-Messungen bei der Bundeswaldinventur. In: *Deutscher Verband forstliche Versuchsanstalten. Sektion Forstliche Biometrie und Informatik. 12. Tagung 1999; Göttingen.*
- HRADETZKY, J (1990): Stichproben an Bestandesrändern. *Freiburg: Mitteilungen der Forstlichen Versuchs- und Forschungsanstalt Baden Württemberg, Heft 152.*
- HRADETZKY, J. (1999): Schriftliche Mitteilung
- HRADETZKY, J und POKORNY, B. (1996): Zuwachsermittlung auf der Grundlage von permanenten Winkelzählproben mit Probebaumaufnahmen. *München: AFZ/Der Wald, Heft 15, S. 826 – 828.*
- KUBLIN, E. und SCHARNAGL, G. (1988): Verfahrens- und Programmbeschreibung zum BWI-Unterprogramm BDAT, *FVA-Freiburg, 87 S.*
- SLOBADA, J, GAFFREY, D. und MATSUMURA, N. (1993): Regionale und lokale Systeme von Höhenkurven gleichartiger Waldbestände. *Allgemeine Forst und Jagdzeitung, Frankfurt a. M. 164, 12, S. 225 – 228.*
- DE VRIES, P. G.(1987): Sampling Theory for Forest Inventory. *Berlin: Springer Verlag, 207 S.*
- WERNER, H. (1975): Praktische Mathematik I. *Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York, 275 S.*